XV SIMPOSIO DE MATEMÁTICA Y Educación Matemática

XIV CONGRESO INTERNACIONAL DE Matemática asistida por Computador

V SIMPOSIO DE COMPETICIONES Matemáticas

20, 21 y 22 de febrero de 2025

Modalidad Híbrida

Organizan:

XV Simposio de Matemática y Educación Matemática, XIV Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador, V Simposio de Competiciones Matemáticas (Simposio MEM 2025), 20 al 22 de febrero de 2025.
Volumen 12, No. 1 - MEM2025

ISSN: 2346-3724

PRESENTACIÓN

El **XV Simposio de Matemática y Educación Matemática, XIV Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador, V Simposio de Competiciones Matemáticas (Simposio MEM 2025)** de modalidad híbrida organizado por la Universidad Antonio Nariño los días **20 al 22 de febrero de 2025**, en la sede de Federman, de la Universidad Antonio Nariño, convocó a numerosos y destacados docentes e investigadores provenientes de diversas latitudes. Tres días de intensa actividad permitieron compartir valiosas experiencias, estudios y resultados que dan cuenta de la expansión de la Educación Matemática como disciplina científica.

En este primer volumen de las Actas de Simposio MEM 2025 se presentan resúmenes de conferencias, cursos y comunicaciones que conformaron el programa del evento.

Comité editorial
Bogotá, Colombia, 25 de mayo de 2025.

TABLA DE CONTENIDOS

TSG 1. El aprendizaje a través de planteamiento y resolución de problemas.

Representaciones semióticas en el aprendizaje de las fracciones en estudiantes de grado sexto

Dayana Marcela Becerra Gutiérrez, Elgar Gualdrón Pinto, Lina María Osorio Valdés
dbecerra763@unab.edu.co, egualdron@unipamplona.edu.co, losorio3@unab.edu.co
Universidad Autónoma de Bucaramanga, Universidad de Pamplona[2], Colombia

Resumen

La presente investigación se enfocó en mejorar la comprensión del concepto de fracción en estudiantes de grado sexto del Liceo Nueva Generación, en Barrancabermeja, Santander, utilizando la teoría de los registros de representaciones semióticas propuesta por Duval (Duval, 2006a). El diseño de la estrategia de intervención se originó a partir de los resultados de las Pruebas Evaluar para Avanzar, los cuales evidenciaron dificultades significativas en el componente numérico y variacional, particularmente en la capacidad de los estudiantes para relacionar diversas representaciones de conceptos matemáticos. La estrategia metodológica empleada incluyó una prueba diagnóstica inicial, una secuencia didáctica basada en la teoría de Duval, así como la aplicación de cuestionarios y pruebas.

La investigación adoptó un enfoque cualitativo y se enmarcó dentro del paradigma de la investigación-acción, utilizando técnicas como la observación participante y el grupo focal. La población de estudio estuvo conformada por 24 estudiantes del grado sexto, quienes participaron activamente en las diferentes fases del proyecto. Los datos recolectados a través de la prueba diagnóstica, los cuestionarios, la secuencia didáctica y los diarios de campo fueron sometidos a análisis. La articulación de situaciones cotidianas y abstractas, además de la integración de recursos tecnológicos y materiales concretos, contribuyó a una comprensión más profunda del concepto. La investigación evidenció que la implementación de estrategias didácticas fundamentadas en la teoría de los registros de representaciones semióticas, junto con el uso de tecnología educativa y materiales manipulativos, facilitó el proceso de enseñanza-aprendizaje al

promover actividades cognitivas esenciales. Como señala Duval (2006b), un sistema semiótico solo puede considerarse un registro de representación si permite la formación, el tratamiento y la conversión de las representaciones, aspectos clave para una comprensión efectiva.

En conclusión, la investigación realizada representa una contribución importante para la mejora de la educación matemática. Como resultado, se observó progreso considerable en la capacidad de los estudiantes para transformar representaciones, lo que no solo favorece la comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también promueve el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico y resolución de problemas (Schleppegrell, 2019; Zheng, 2021). Incorporar estos enfoques en los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas (MEN, 2016), desde grados menores, aseguraría que todos los estudiantes, independientemente de su contexto, accedan a una educación matemática de calidad.

Palabras clave: Representaciones, fracción, estrategia.

Referencias

Duval, R. (2006a). Semiosis and thought: From representation to meaning. Springer.

Duval, R. (2006b). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española 9.1. Recuperado de http://dmle.icmat.es/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf.

MEN (Ministerio de Educación Nacional de Colombia). (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje V2, Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Schleppegrell, M. J. (2019). The role of language in the teaching and learning of mathematics. Mathematics Teacher Educator, 7(3), 27-42.

Zheng, B. (2021). Mathematical problem-solving: From theory to practice. Educational Studies in Mathematics, 106(1), 1-19.

Tareas de clasificación y del intruso para el aula de Educación Media y Superior

Elena Freire-Gard
efreire@docente.ceibal.edu.uy
Instituto de Profesores Artigas- Uruguay

Resumen

En la formación de futuros profesores de matemática el conocimiento matemático, didáctico, pedagógico y tecnológico constituyen pilares para la formación de los estudiantes.

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2015), entre otros aspectos, plantea desde hace años su preocupación por el excesivo foco que los profesores hacen en el aprendizaje de procedimientos sin conexión con el significado del contenido matemático o en las aplicaciones que requieren dichos procedimientos. Estos, entre otros, son factores que no promueven altos niveles de aprendizajes matemáticos. Esta problemática lleva a preguntarnos en la formación de profesores ¿de qué forma los futuros profesores pueden lograr habilidades cognitivas de alto nivel en sus estudiantes al enseñar matemáticas en Educación Secundaria? Nos propusimos como profesores de formación docente de Didáctica de la Matemática ofrecer el conocimiento de resolver, diseñar y planificar la aplicación de diferentes formatos de tareas junto con su implementación en aulas de Educación Secundaria. Entre los diferentes formatos que se trabajaron se encuentran tareas de final abierto, tareas de clasificación, tareas del intruso, viñetas conceptuales y actividades lúdicas

La metodología aplicada fue de investigación-acción, en la que los futuros profesores de matemática transitaron por las etapas de: a)resolver las actividades utilizando la metodología de cambio de roles, poniéndose en el lugar de estudiantes para resolver las tareas y uno de ellos en el rol de profesor, b) diseño de actividades primero en grupos y luego de forma individual, c)presentación y discusión de la propuesta, d) diseño de la planificación para implementar en

Educación Secundaria, e) observación de clase por parte de futuros profesores y el profesor de didáctica, f) análisis y reflexión posterior a la clase, g) ajustes de la planificación para futuras implementaciones y socialización de la experiencia en el grupo de didáctica.

En esta ponencia nos centraremos en las tareas de clasificación (Zavlasky, 2005) y del intruso (Bourassa, 2014), como dos formatos posibles de tareas abiertas que promueven el razonamiento y el uso de variadas estrategias. A su vez, promueven el intercambio de ideas, llevan a los estudiantes a crear sus propias categorías según sus conocimientos y a partir de colectivizarlas se refuerzan conceptos o se identifican errores en el aprendizaje que dan la oportunidad de analizarlos. Entre algunas de las competencias que se fortalecen se encuentran: expresarse en lenguaje matemático para comunicar ideas y argumentarlas, identifica problemas diseñando y aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para obtener soluciones.

Luego de completado el ciclo metodológico con la aplicación de actividades utilizando los formatos de tareas de clasificación y del intruso en diferentes temas, los estudiantes mejoraron su rol docente. Esto se observó al lograr un equilibrio entre el tiempo de discusión de los equipos de trabajo y el de presentación de las resoluciones, en la selección del orden de participación de sus estudiantes (intervenciones de menor a mayor complejidad), como en la mejora del diseño de preguntas realizadas a los estudiantes y el de registro de las respuestas en el pizarrón. Los futuros profesores dan cuenta de la importancia de aprender diferentes formatos de tareas y orientaciones metodológicas para el aula para poder incorporarlos en su rol docente.

Palabras clave: tareas de clasificación, tareas del intruso, Educación Secundaria.

Referencias

Bourassa, M. (2014). *Which belong or not?*

https://marybourassa.blogspot.com/2015/03/which-one-doesnt-belong-for-calculus.html

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. 3D Editorial.

Zaslavsky, O. (2008). Attention to similarities and differences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education. In *Invited presentation at the Topic Study Group (TSG34) on Research and Development on Task Design and Analysis, the 11th International Congress on Mathematics Education*.

Diseño de un instrumento para la investigación de conflictos cognitivos durante el planteo de problemas matemáticos por estudiantes de bachillerato

Alejandro David Cruz Gutiérrez, Miguel Cruz Ramírez
ac9901790@gmail.com, cruzramirezmiguel@gmail.com
Universidad de Holguín

Resumen

El presente estudio es coherente con el modelo SCASV+T (Cruz 2006; Cruz et al., 2022), el cual define una estrategia heurístico-metacognitiva, orientada hacia el planteo de nuevos problemas. Entre las características esenciales de este constructo teórico está el hecho de partir de un objeto matemático, donde el despliegue de la actividad cognitiva es libre de efectuar transformaciones convenientes. Este modelo sirve de base epistémica para el diseño y análisis de un instrumento elaborado para estudiar numerosos conflictos cognitivos que tienen lugar durante el planteo de nuevos problemas, especialmente cuando es necesario resolverlos. Por consiguiente, el problema fundamental del estudio consiste en la necesidad de diseñar un instrumento empírico que facilite la investigación de estos conflictos cognitivos.

El instrumento diseñado consta de tres tareas, cada una implementada durante el transcurso de 20 minutos. En la primera tarea se presentan cinco objetos geométricos para seleccionar uno de ellos y plantear un problema, en la segunda se intenta resolver el problema

planteado y, en la tercera, se permite transformar el problema a fin de conseguir resolverlo. Este dispositivo empírico también contiene preguntas adicionales (formulario conclusivo), relacionadas con la autovaloración en matemáticas, la percepción sobre el instrumento, y la apreciación sobre el empeño y experiencias con esta actividad.

Los resultados de un estudio piloto de aplicación en estudiantes de bachillerato (N=50) corroboran aspectos descritos en la literatura científica contemporánea, como el vínculo intrínseco entre planteo y resolución, la conexión directa con procesos creativos del pensamiento, y la huella favorable en la percepción de las matemáticas como un corpus en evolución dialéctica en favor de la humanidad y el desarrollo social. Las evidencias empíricas también proveen información novedosa, relacionada con los conflictos cognitivos acontecidos, el cambio en la percepción de un problema, la postura actitudinal ante el reto de plantearlo, la autovaloración del proceso, y la manifestación de creencias y concepciones de forma similar al proceso de resolución de problemas. Un aspecto frecuente consistió en la tendencia a simplificar los problemas, con el objetivo de resolverlos.

Palabras clave: planteo de problemas, resolución de problemas, conflicto cognitivo.

Referencias

Cruz, M. (2006). A mathematical problem-formulating strategy. International Journal for Mathematics Teaching and Learning. CIMT, University of Plymouth. http://www.cimt.org.uk/journal/

Cruz, M., Álvarez, M. M., & González, N. (2022). A strategy for enhancing mathematical problem posing. Hiroshima Journal of Mathematics Education, 15, 55-70. doi: 10.24529/hjme.1505

Resolución de problemas de multiplicación en educación básica primaria

Cristian Camilo Fúneme Mateus
ccfunemem@udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Resumen

En la educación básica primaria, los problemas multiplicativos presentan una estructura que se puede definir según el rol que desempeña la incógnita en la situación propuesta. Este enfoque aritmético-algebraico permite identificar los tipos de relaciones que los estudiantes construyen al enfrentar estos problemas (Vergnaud, 2020). Por consiguiente, analizar cómo los estudiantes resuelven dichos problemas facilita detectar las estructuras que representan mayores desafíos para ellos, este conocimiento resulta esencial para diseñar estrategias de intervención que favorezcan el aprendizaje (Márquez et al., 2021).

De hecho, diferentes estudios han demostrado que el tipo de problema que se propone a los estudiantes tiene un alto impacto en la comprensión de los contenidos matemáticos (Castañeda et al., 2017) y aunque existe un interés creciente en el análisis de la resolución de problemas, las investigaciones que exploran cómo varía la comprensión de los problemas de multiplicación en función de la estructura algebraica son limitadas (Zorrilla et al., 2021).

Considerando lo expuesto, este estudio tiene como objetivo analizar cómo la estructura multiplicativa influye en el desempeño de estudiantes de quinto grado (10 a 12 años) al resolver problemas con números naturales. Con mayor precisión, se aborda la resolución de problemas relacionados con tres tipos de estructuras multiplicativas propuestos por Vergnaud (1983). La primera corresponde a problemas de isomorfismo de medidas, caracterizados por una relación proporcional entre dos espacios de medida, según Zorrilla et al. (2023) esta relación se puede dar en tres formas: (a) multiplicación, donde la incógnita es la cantidad total; (b) división partitiva,

donde se desconoce la cantidad por grupo; y (c) división medida, en la que se busca determinar el número de grupos.

La segunda estructura se basa en un único espacio de medida y se define por una correspondencia entre dos cantidades y un operador escalar. Dentro de esta estructura, hay tres tipos de problemas: (a) multiplicación con una medida desconocida; (b) división, donde la incógnita es una medida de referencia; y (c) división con un escalar como incógnita. Finalmente, la tercera estructura incluye los problemas de producto de medidas: (a) problemas de multiplicación, donde el resultado es desconocido y se conocen los factores; y (b) problemas de división, donde uno de los factores es la incógnita (Márquez et al., 2021).

Por otra parte, en este estudio cualitativo de tipo descriptivo participaron 45 estudiantes de grado quinto de primaria (10 a 12 años) de un colegio público de Colombia. Para la recolección de datos se diseñó un cuestionario con ocho problemas: tres de isomorfismo de medida (I), tres de espacio de medida simple (SM) y dos de producto de medida (PM). Los participantes dispusieron de 110 minutos para resolver los problemas de forma individual. Cada respuesta se clasificó como correcta o incorrecta, identificando, Además, si la estrategia de solución utilizada fue correcta, tomando como referencia la estructura correspondiente al problema. Por último, se agruparon y categorizaron las estrategias utilizadas por el grupo de estudiantes.

Como resultado, respecto a los aciertos en la solución de los problemas, en general los estudiantes tuvieron más éxito en los problemas de isomorfismo de medidas (77.8%), seguidos de los problemas de espacio de medida único (44.4%), mientras que los problemas de producto de medidas tuvieron un bajo porcentaje de acierto (11.1%). Esto refleja que los estudiantes se enfrentan a mayores dificultades para resolver problemas de multiplicación en los que sólo se relacionan dos números para hallar una incógnita sin alusión explicita a expresiones como "cantidad de veces" o "repartición".

Por otra parte, al analizar el proceso de solución, se busca obtener información detallada sobre cómo los estudiantes comprenden la estructura de los problemas. Por ello, se consideraron también las respuestas incorrectas que emplearon la estructura multiplicativa adecuada. Al hacer esto se encontró que solo el 45% de las soluciones fueron correctas, pero hay un 35% adicional de soluciones en las que se identificó la estructura correcta, pero se cometió errores en los cálculos y solo el 20% no logró identificar la estructura adecuada.

Finalmente, respecto a las estrategias que siguieron los estudiantes para resolver los problemas, se determinan 5 categorías empleadas de forma correcta: (1) gráficas, (2) conteo, (3) uso de tablas de multiplicar, (4) uso del algoritmo de la multiplicación y (5) adición. En cuanto a las incorrectas, se encontraron dos: (1) operaciones inadecuadas y (2) uso de la división.

En conclusión, el aprendizaje de la multiplicación en la educación básica primaria en Colombia requiere una evaluación exhaustiva. El hecho de que más del 50% de los estudiantes no logren resolver problemas de productos de medidas que involucren división indica una desconexión en el aula entre la multiplicación y la división, dos operaciones íntimamente relacionadas. En cuanto a los problemas con estructura multiplicativa, se hace evidente la necesidad de implementar estrategias que permitan a los estudiantes construir un campo conceptual amplio en torno a este objeto matemático. Sólo mediante una comprensión integral de las diversas situaciones donde la multiplicación tiene sentido será posible promover un aprendizaje significativo.

Palabras clave: campo conceptual, multiplicación, resolución de problemas.

Referencias

Castañeda, A., González, J. & Mendo, L. (2017). Libros de matemáticas para primer grado de secundaria en México: problemas y estrategias de solución. *Revista electrónica de investigación educativa*, *19*(4), 97-11. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9195z.

Márquez, M., Fernández, C., Callejo, M. (2021). Pre-Service Primary School Teachers' Knowledge and Their Interpretation of Students' Answers to a Measurement Division Problem with Fractions. *Mathematics*, *9*(24), 1-15.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 127-174). Academic Press.

Vergnaud, G. (2020). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds.). *Addition and subtraction* (pp. 39-59). Routledge.

Zorrilla, C., Ivars, P. & Fernández, C. (2021). Problemas realistas de división con resto: Un estudio sobre las estrategias en educación primaria. *Revista mexicana de investigación educativa*, *26*(91), 1313-1339.

Zorrilla, C., Ivars, P., Fernández, C. (2023). Estratégias para resolver problemas de estrutura multiplicativa com naturais e frações. *Revista electrónica de investigación educativa*, *25*, 1-19. https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e15.4407.

Pensamiento matemático: relación entre la argumentación y la demostración. Un camino, las demostraciones sin palabras y otros caminos más, desde una educación STEM

Luis Gabriel Casilimas Sánchez
lcasilimas@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño UAN

Resumen

En la actualidad se ha venido fortaleciendo año tras año la importancia de avanzar en los procesos de enseñanza-aprendizaje y el interés por esclarecer la relación e interacción que se da entre la argumentación y la demostración en el campo de la educación matemática. Uno de los temas importantes de investigación versa sobre las dificultades que enfrentan los estudiantes al construir argumentos matemáticos y los procesos encaminados a la demostración, especialmente desde el uso de las demostraciones sin palabras. De esta manera surge la necesidad de avanzar en la caracterización del pensamiento matemático elaborando actividades fundamentadas desde un marco de referencia para la educación STEM y un modelo de investigación como ciencia del diseño (Design Science Research (DSR)), los cuales se articulan desde el planteamiento y la resolución de problemas como medio conector en la estructura de las actividades.

La conferencia más importante a nivel mundial sobre la educación matemática, es el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME-15) que se llevó a cabo del 7 al 14 de julio del 2024 en la ciudad de Sydney – Australia. El **TSG 3.6** titulado **Reasoning, Argumentation and Proof in Mathematics Education** se propone que el razonamiento, la demostración y la argumentación que están en el corazón de la actividad matemática cada vez tengan mayor importancia a nivel internacional.

Las valoraciones en este grupo de estudio temático permiten determinar el siguiente **problema de investigación**: ¿Qué relaciones pueden establecerse entre la argumentación y la demostración al resolver problemas matemáticos que permitan desarrollar el pensamiento matemático? y se infiere como **objetivo general** avanzar en la caracterización del pensamiento matemático, en la relación entre la argumentación y la demostración, a partir del uso de las demostraciones sin palabras y otros caminos más, desde una educación STEM con estudiantes entre los 16 y los 17 años de edad.

Esta investigación propone una metodología con un enfoque de tipo cualitativo y un modelo de investigación como ciencia del diseño (Design Science Research (DSR)). Dentro de los resultados preliminares de una actividad exploratoria de acuerdo a cinco categorías analizadas, se evidencia que para los estudiantes es nuevo e interesante el uso de las demostraciones sin palabras, el enfoque STEM se adecua muy bien al modelo de Investigación como Ciencia del Diseño llevando a la creación de diferentes diseños (ilustraciones) que se evalúan y se rediseñan. La argumentación y la demostración se relacionan en sus fases brindando un adecuado direccionamiento hacia la resolución del problema planteado. Debido a que las demostraciones sin palabras son nuevas para ellos no logran tener claridad que las ilustraciones que realizan son una demostración que brinda un criterio de validez, por lo cual se sugiere incorporar una mayor cantidad de demostraciones sin palabras similares a la abordada en la actividad lo que lleve a potenciar este tipo de argumentos y demostración.

Palabras clave: Demostraciones sin palabras, Caracterización del pensamiento matemático, Argumentación y demostración, Educación STEM, Design Science Research (DSR), Planteamiento y resolución de problemas.

Referencias

Alsina, C., & Nelsen, R. B. . An invitation to proofs without words. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, *3*(1), 118-127.(2010)

Casilimas, L. De la argumentación a la demostración a través del planteamiento y la resolución de problemas matemáticos con programación.(2022)

Hanna, G., De Villiers, M. (Eds.). *Proof and proving in mathematics education:* The 19th ICMI study (Vol. 15). Springer Science Business Media. (2012)

Meyer, M., Helfert, M., Donellan, B., & Keneally, J. Applying design science research for enterprise architecture business value assessments. In *Design Science Research in*

Information Systems. Advances in Theory and Practice: 7th International Conference, DESRIST 2012, Las Vegas, NV, USA, May 14-15, 2012. Proceedings 7 (pp. 108-121). Springer Berlin Heidelberg. (2012)

Roehrig, G. H., Dare, E. A., Ellis, J. A., & Ring-Whalen, E. Beyond the basics: A detailed conceptual framework of integrated STEM. *Disciplinary and Interdisciplinary Science Education Research*, *3*(1), 1-18. (2021).

Avances en la caracterización del pensamiento matematico a través de la proporcionalidad y sus limitaciones en situaciones de la vida cotidiana

Henry Palma Camargo
hpalma@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

El propósito de esta investigación es resolver el problema: ¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes de grado noveno del Colegio Colombo Florida Bilingüe al abordar situaciones de la vida cotidiana relacionadas con la proporcionalidad y la no proporcionalidad, tanto aritméticas como geométricos? El objetivo principal de la investigación es: Avanzar en la caracterización del pensamiento matemático de estos estudiantes el enfrentar situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad, integrando un enfoque STEM que enriquezca su comprensión y aplicación en diversos contextos.

El razonamiento proporcional ha sido un tópico fundamental en la enseñanza de las matemáticas desde tiempos antiguos, sustentado en las definiciones presentadas por Euclides en *Los Elementos*, donde se establecieron los conceptos de razón y proporción. Estos principios no solo son cruciales para el desarrollo del pensamiento matemático, sino también para resolver problemas prácticos en la vida cotidiana. No obstante, investigaciones como las realizadas por

Obando, Vasco y Arboleda (2014) han evidenciado las dificultades significativas que enfrentan los estudiantes para comprender y aplicar estos conceptos, debido a limitaciones inherentes a los enfoques tradicionales de enseñanza.

Ante esta problemática, surge la necesidad de una aproximación didáctica innovadora que aborde los desafíos asociados al aprendizaje de la proporcionalidad, tanto aritmética como geométrica, incluyendo el análisis de situaciones proporcionales y aquellas en las que esta relación no resulta evidente.

Esta investigación propone dentro de su metodología un conjunto de actividades diseñadas bajo un enfoque STEM, orientadas a estudiantes de grado noveno, con el propósito de enriquecer el análisis del razonamiento proporcional en diversos contextos. Estas actividades promueven un aprendizaje interdisciplinario y contextualizado, fomentando habilidades críticas para enfrentar problemas complejos. Además, el estudio se sustenta en otras metodologías como las comunidades de práctica de Wenger (1998) y la resolución de problemas planteada por Polya (1945), asegurando que los estudiantes participen activamente en la construcción de su conocimiento.

Por otro lado, esta investigación se enmarca en la ciencia del diseño, adoptando un enfoque cualitativo que facilita la descripción, comprensión e interpretación de los fenómenos y situaciones que surgen en el aula con los estudiantes de noveno grado. Para lograrlo, se plantean tres momentos: descriptivo, para analizar qué sucede en las interacciones y aprendizajes; explicativo, para comprender por qué ocurren determinados procesos y resultados; y prescriptivo, para proyectar cómo podrían desarrollarse las capacidades matemáticas bajo condiciones similares. A través de este enfoque, se busca caracterizar de manera integral el pensamiento matemático de los estudiantes.

Palabras clave: Proporcionalidad Aritmética y Geometría, Razonamiento proporcional, Pensamiento Matemático.

Referencias

Falk de Losada, M. (1994) Enseñanzas acerca de la naturaleza y el desarrollo del pensamiento matemático extraídas de la historia del álgebra. *Boletín de Matemáticas*; *Vol. 1, núm. 1 (*1994); 39-59, p. 40.

Niss, M., Blum, W. y Galbraith, P. (2007). Modelling and Applications in Mathematics Education, The 14th ICMI Study, 10(1), 3-32.

Obando, G., Vasco, C. E., & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 17(1), 59-81.

Piaget, J. (1991). Seis estudios de psicología, (p. 153)

Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *Similarities and proportions.* The Norton library. The Child's Conception of Space. (pp. 320-374). London, England. W.W. Norton & Company, Inc.

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México: Ed. Trillas. (p. 28).

Siregar, N. C., Rosli, R., Maat, S. M., & Capraro, M. M. (2019). The effect of science, technology, engineering and mathematics (STEM) program on students' achievement in mathematics: A meta-analysis. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(1), em0549.

Wenger, E. (1998). Comunidades de práctica. Editorial Paidós. Pág. 23.

Efecto de los manipulativos físicos en el entendimiento de la suma de números enteros

Juan Carlos Espinoza Soto, Aarón Víctor Reyes Rodríguez, Fernando Barrera Mora
esjc1981@gmail.com , *aaronr@uaeh.edu.mx* , *fbarrera10147@gmail.com*
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Resumen

En esta investigación en proceso se identifica cómo el uso de fichas de dos colores apoya el entendimiento de la suma y resta de números con signo, en estudiantes de primer grado de secundaria. El sustento teórico es la epistemología genética de Piaget, la perspectiva sociocultural de Vygotsky y el modelo de resolución de problemas. Se diseñó e implementó una secuencia didáctica, en cinco sesiones de 45 minutos, durante el ciclo escolar 2024-2025, con 18 estudiantes inscritos en una escuela pública de Hidalgo. La información se recolectó mediante producciones escritas de los estudiantes, grabaciones en video de las sesiones y notas de campo. La hipótesis es que el material manipulable permite un transito fluido entre los estadios de las operaciones concretas y formales para la suma de enteros, por ende, un mayor nivel de entendimiento de la operación.

Palabras clave: Manipulativos físicos, entendimiento, adición, números enteros, secundaria.

Introducción

Los resultados de diversas investigaciones aportan evidencia de que la suma y resta de números con signo presenta dificultades para los estudiantes de secundaria. Desde el siglo pasado se sabe que la comprensión de las operaciones con números negativos es un aspecto desafiante para los estudiantes (Janvier, 1983; citado en Vallejo y Reid, 2024). El problema de investigación se centra en la dificultad que enfrentan estudiantes de secundaria al realizar operaciones con números enteros. A pesar de que los manipulativos han demostrado ser útiles para la enseñanza de conceptos matemáticos, los resultados no siempre son exitosos dada la falta de conexión entre la manipulación de objetos concretos y las abstracciones matemáticas.

La pregunta de investigación es: ¿cómo el uso de fichas de dos colores así como la asociación de la suma y resta con las acciones de agrupación y separación, apoya el entendimiento de estas operaciones con números con signo en estudiantes de primer año de secundaria? Se formula la hipótesis de que los manipulativos concretos permiten una mejor transición del conocimiento concreto hacia el abstracto y con ello se favorece el entendimiento de las ideas matemáticas. La investigación es importante porque existe la necesidad de encontrar estrategias didácticas que apoyen el entendimiento de las operaciones con números enteros en educación secundaria, porque lo que se aprende en este nivel tiene un impacto profundo en el desempeño de los estudiantes en el bachillerato y la educación universitaria.

Marco conceptual

El marco conceptual de este trabajo está integrado por diferentes componentes, uno de ellos consiste en la epistemología genética de Piaget; específicamente la caracterización de los estadios correspondientes a las operaciones concretas y a las operaciones formales, así como el concepto de *operación* como acción reversible (Piaget, 1977). Se utiliza la teoría sociocultural de Vygotsky (2006), para analizar el efecto mediador del material manipulable sobre el entendimiento de los estudiantes; particularmente consideramos el principio de mediación instrumental el cual indica que no hay actividad cognitiva al margen de la generación y uso de sistemas de representación. También se utilizó el modelo de resolución de problemas (Santos, 2014) para el diseño e implementación de las tareas que integran la secuencia didáctica, el concepto de *aprendizaje matemático con entendimiento* (Hiebert et al., 1997), así como una revisión histórica del desarrollo conceptual de los números negativos para identificar el posible origen de algunas dificultades de comprensión que muestran los estudiantes (Bishop et al., 2014).

Metodología

La investigación es cualitativa, exploratoria y descriptiva, basada en un análisis colectivo de casos. Los participantes son 20 estudiantes, inscritos en primer grado de una secundaria pública del estado de Hidalgo, quienes fueron seleccionados por conveniencia. Se solicitó a los padres o tutores autorizar por escrito la participación de los estudiantes.

El manipulativo consiste en fichas de dos colores, cada uno de los cuales representan números positivos y negativos, respectivamente. El cero se representa como dos fichas de diferente color, una sobre otra, lo cual se conoce como modelo de neutralización (Hayes, 1998). Por otra parte, la suma se asocia con la acción de agrupar y la resta con la acción de desagrupar. No se afecta un conjunto numérico cuando se eliminan o se agregan ceros.

Se diseñó una secuencia didáctica, integrada por problemas de sumas y restas a realizarse con el manipulativo, además de asociar las acciones físicas y las representaciones numéricas correspondientes, con la finalidad de que los estudiantes logren un tránsito del estadio de las operaciones concretas al de las operaciones formales, al sumar y restar números con signo. En las tareas se promueve que los estudiantes identifiquen patrones y regularidades. Además, se busca que escriban, comuniquen y justifiquen sus conjeturas como medio para desarrollar entendimiento de la suma y resta de números con signo. Las tareas se implementarán durante el ciclo escolar 2024-2025, en cinco sesiones de 45 minutos cada una. La información se recolectará mediante las producciones escritas de los estudiantes, y grabaciones en video de las sesiones de trabajo, que se transcribirán posteriormente. El análisis de la información incluye identificar acciones de los estudiantes asociadas con los estadios de las operaciones concretas y con el de las operaciones formales; además de evidencia respecto del efecto mediador del manipulativo en las características del conocimiento construido por los estudiantes. También se identifican las conjeturas que los estudiantes formulan, así como las formas en que las justifican.

Referencias

Bishop, J. P., Lamb, L. L., Philipp, R. A., Whitacre, I., Schappelle, B. P., & Lewis, M. L. (2014). Obstacles and affordances for integer reasoning: An analysis of children's thinking and the history of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(1), 19–61.

Hayes, R. L. (1998). *Teaching negative number operations. A comparative study of the neutralisation model using integer tiles*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Melbourne.

Hiebert, J. et al. (1997). *Making sense. Teaching and learning mathematics with understanding*. Heinemann.

Piaget, J. (1977). *Epistemología Genética*. Solpus.

Santos-Trigo, M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Vallejo-Vargas, E. A., y Reid, D. A. (2024). Influences of a virtual manipulatives context on argumentation about integers. *International Journal of Science and Mathematics Education, 22*, 585–608.

Vygotsky, L. S. (2006). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

Desarrollo del pensamiento no lineal para el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de 5° de primaria

Euclides De Las Aguas Villa, Miguel Angel Borges Trenard
edelasaguas75@uan, edu.co, borgestrenard2014@gmail.com
Universidad Antonio Nariño

Resumen

El propósito de este trabajo es presentar los avances de una investigación que busca contribuir al desarrollo del pensamiento no lineal para el aprendizaje de las matemáticas a través de la integración de tecnologías hipertextuales e hipermediales en estudiantes de 5° de primaria en escuelas públicas del Departamento de Bolívar (Colombia). Teóricamente nos apoyamos en los postulados de Logan y Pruska-Oldenhof,(2019) que indican que las estructuras de los hipertextos imitan fielmente los procesos asociativos de la mente humana y como los estudiantes actuales requieren tener capacidades cognitivas superiores que involucren hacer múltiples relaciones y que esto a sus vez les permita entender y hacer generalizaciones sobre estructuras cognitivas básicas especialmente en el campo de las matemáticas, los hipertextos e hipermedios se consideran como estructuras ideales para el diseño y construcción de secuencias didácticas que pueden contribuir al objetivo formulado.

Palabras clave: Aprendizaje, No Lineal , hipertextos, hipermedio , relaciones , diseño

Introducción

La enseñanza de las matemáticas, al igual que otras áreas del conocimiento en Colombia se desarrolla en forma lineal. Los estudiantes deben adquirir por cada nivel de enseñanza una serie de aprendizajes que están en progresión ascendente con una lógica conectiva muy fuerte.

Con la aparición del texto electrónico o hipertextualidad, como nuevo modelo de organización y aprendizaje de conocimiento se han generado muchas reflexiones en torno a cómo se deben organizar los conocimientos en las distintas áreas y en particular en el área de

Matemática. Existe una transformación del aprendizaje vinculado a la lógica de la lectoescritura para pensarlo en relación de las competencias comunicativas y tecnológicas. Esta nueva lógica en la lectoescritura, asociada a la tecnología, es ampliamente estudiada por Barbero, el cual explica que hay una des-temporalización en el modelo de comunicación escolar, una transformación del espacio tiempo escolar. Los saberes que se enseñan en la escuela están atravesados por otros saberes tecno comunicativos (Barbero, J, 1996). Por otro lado, en cuanto a los procesos educativos, Kommer (2022), afirma que una de las competencias que deben tener los mejores profesores en el siglo XXI es la capacidad de relacionar diferentes dominios curriculares. En términos prácticos esto significa que un docente del siglo XXI debe saber unir temas y materias de diferentes campos para que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda de los patrones y estructura del conocimiento. A partir del análisis previo realizado, se puede determinar el siguiente **Problema Científico**: ¿cómo contribuir al desarrollo del pensamiento no lineal para la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de 5º grado?

Como **objetivo general,** se propone diseñar un modelo didáctico que permita desarrollar el pensamiento no lineal, a partir de la resolución de problemas, utilizando entornos hipermediales con estudiantes de 5 grado

Elementos teóricos o conceptuales

Los fundamentos teóricos están soportados principalmente sobre conceptualizaciones asociadas al pensamiento no lineal desde los autores como Morales et al., (2016), Bratianu et al.(2009) y Rimban (2023), y sobre el aprendizaje basado en la resolución de problemas desde autores como Pólya (1945), Falk (2001), Labarrere(1988) y Albarrán (2005).

Descripción del trabajo realizado

La investigación se está estructurando bajo un diseño metodológico basado en diseño. Esta metodología de la investigación está orientada hacia la innovación educativa cuya característica fundamental consiste en la introducción de un elemento nuevo para transforma una situación (De Benito, Salinas, 2016). El objetivo de la investigación basada en diseño está en la producción de conocimiento con el objetivo último de mejorar procesos del diseño educativo, desarrollo y evaluación. Dentro de la característica identificada por Cobb & at (2003) encontramos que este modelo es iterativo, centrado en procesos, colaborativo, multinivel, orientado a la utilidad y fundamentado en la teoría. Hasta el momento se han llevado a cabo la etapa de análisis de la situación y formulación del problema, se han realizado encuestas a grupos focales de docentes donde podemos destacar como resultado que para ellos estos tipos de recursos hipertextuales aunque son conocidos para desarrollar unidades didácticas que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas a través del pensamiento no lineal puede tener grandes potencialidades, afirman que no tienen las competencias tecnológicas y didácticas para su implementación en el aula de clases, lo cual nos indica como investigadores que hay una necesidad de profundizar en el problema y así de esta manera contribuir a su solución.

Reflexiones finales

El presente trabajo pretende generar un aporte modelo didáctico que permita la utilización sistémica de los hipertextos e hipermedias en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los niveles de primaria en el Departamento de Bolívar, las cuales buscan una integración de saberes y recursos para favorecer el desarrollo de habilidades y destrezas en los estudiantes que les permitas resolver problemas matemáticos y de otras áreas.

Referencias

Albarrán, J. (2005). Las formas de trabajo heurístico en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática escolar. En Albarrán, J., Suárez, C., González, D., Bernabeu, M., Villegas, E., Rodríguez, E., Ledesma, D. (coords.), Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria (pp. 1 – 56). La Habana: Pueblo y Educación, p. 28.

Barbero, J (1996). Heredando el futuro. Pensar la educación desde la comunicación. Nómadas (Col), (5), ISSN: 0121-7550. Universidad de Colombia. https://www.redalyc.org/pdf/1051/105118998002.pdf. Fecha de Consulta 27 de noviembre de 2019.

Bratianu, Constantin & Vasilache, Simona. (2009). Evaluating linear-nonlinear thinking style for knowledge management education. Management & Marketing. 4.

Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. Educational researcher, 32(1), 9-13.

De Benito Crosetti, B., & Ibáñez, J. M. S. (2016). La investigación basada en diseño en Tecnología Educativa. RIITE Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa.

Falk, M. (2001). Olimpiadas Colombianas de Matemáticas Problemas y Soluciones. Primer Nivel. Bogotá: Universidad Antonio Nariño, p.25.

Kommers, P. (2022). Sources for a Better Education: Lessons from Research and Best Practices. Springer.

Labarrere, A. (1988). ¿Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas? La Habana: Pueblo y Educación, pp. 1 – 2.

Logan, R & Pruska-Oldenhof, I. (2019). The Topology of Mathematics in the Mind and Its Interaction with Verbal and Written Language. 10.1007/978-3-030-22537-7_10.

Morales Gómez, G., Arteaga Rolando, M., Gallegos Samaniego, A., Yanchapaxy Sánchez, N., & Stay Zúñiga, J. (2016). Tendencias metodológicas universitarias en los siglos XX y XXI. Estudio comparativo.

Morales, G. (2013). Currículo por competencias con enfoque holístico-sistémico-por procesos. Guayaquil: Eduquil. Morin, E. (1996). Introducción al pensamiento complejo. Barcelona: Gedisa

Rimban, Erwin. (2023). Sequential Thought versus Nonlinear Thought Prolegomenon to Nonlinear Metaphysics. Journal of Philosophy and Ethics. 4. 11-16. 10.22259/2642-8415.0401002.

La implementación del planteamiento de problemas en la formación del profesorado

Flávia S. Fabiani Marcatto, Beatriz D. Divino de Almeida Pena
flaviamarcatto@unifei.edu.br
Universidad Federal de Itajubá - UNIFEI

Resumen

La implementación de actividades problematizadoras en clase, para responder a las exigencias del currículo de matemáticas, representa un enorme reto para todo el sistema educativo, tanto para los estudiantes como para los profesores de matemáticas. Este estudio empírico se concibió como parte de un proyecto de investigación para aplicar los resultados de la investigación sobre la resolución y el planteamiento de problemas en la formación inicial de profesores de matemáticas. El proyecto investiga las características de los problemas generados, su desempeño en la resolución y planteamiento de problemas (PP), la creatividad en la PP y dominios afectivos como actitudes, disposiciones y creencias. Presento experiencias de implementación del PP en el aula, llevadas a cabo en un curso de formación inicial de profesores

de matemáticas, con el apoyo de la Investigación de Implementación Basada en el Diseño (Cobb et al., 2003).

Los objetivos del proyecto son: implementar tareas del PP en la formación inicial del profesorado de matemáticas, con la intención de desarrollar la comprensión y la confianza de los futuros profesores en este enfoque didáctico; apoyar a los futuros profesores de matemáticas en la construcción de creencias productivas en relación con el PP; colaborar en la construcción de una base de conocimientos sobre el PP en la formación inicial del profesorado.

La mayoría de los futuros profesores tienen poca o ninguna experiencia previa con la PP y pueden necesitar un estímulo más estructurado y explícito para participar eficazmente en las actividades del PP. Según Baumanns y Rott (2024), los futuros profesores, cuando se les pide que diseñen problemas, muestran inseguridad, no están seguros de lo que se espera de ellos, no tienen un alto autoconcepto de la PP y no están seguros de si los problemas que diseñan son de buena calidad. Para Cai y Rott (2024) la Educación Matemática (EM) aún se encuentra en las primeras etapas de comprensión de los procesos del PP y todavía tiene una comprensión menos refinada de cómo los profesores, futuros profesores y estudiantes generan sus problemas matemáticos cuando se enfrentan a una situación problemática y aspectos relacionados con el afecto, la motivación, las creencias y las dificultades en el contexto de la Educación Básica.

El estudio sugiere la necesidad de tener en cuenta los conocimientos sobre PP que los futuros profesores aportan a su formación, así como de abordar la PP de forma explícita y cuidadosa para ayudarles a desarrollar y reorganizar el significado de la PP. También es importante señalar que la implementación que involucra al PP como enfoque instruccional durante el proceso de formación inicial docente es prometedora cuando está conectada con la escuela básica, involucra investigación basada en el diseño, contempla una perspectiva prospectiva y reflexiva, se aleja de los estudios lineales y busca entender sólo lo que funciona y lo que no funciona.

Palabras clave: Investigación basada en el diseño, Prácticas docentes, Aprendizaje profesional.

Referencias

Cobb, P. *et al*. (2003). Design Experiments in Education Research. *Educational Researcher*. V.32, no. 1, p. 9-13, jan/fev.

Baumanns, L. & Rott, B. (2024). Problem-posing tasks and their influence on pre-service teachers' creative problem-posing performance and self-efficacy. *The journal of mathematical behavior*, v. 73, p. 101-130.

Cai, J., Rott, B. (2024). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM Mathematics Education* 56, 61–71.

El uso del juego tres en raya como estrategia didáctica en las matemáticas para la multiplicación de binomios y factorización de trinomios

Elio Armando Cables Fernández
eliocables85@gmail.com , *ecables@ueldv.edu.ec*
Unidad Educativa Particular Bilingüe "Leonardo Da Vinci", Ecuador

Resumen

En el proceso de enseñanza y aprendizaje, las matemáticas, juegan un papel fundamental como base de diferentes áreas de conocimiento. Según Guzmán, et., (2015), plantean que la enseñanza adecuada de las matemáticas desde la infancia puede influir positivamente en las actitudes referente a la asignatura, así como en el desempeño académico a lo largo de la vida. Sin embargo, aún existe la enseñanza de las matemáticas impartidas por métodos tradicionales centrados en la memorización y la repetición mecánica, lo que provoca que los estudiantes no

comprendan ni puedan interpretar realmente los conceptos matemáticos (Valero & González, 2021). Una de las metodologías que desde hace décadas se ha posicionado como una estrategia efectiva para mejorar las competencias matemáticas es "*El aprendizaje basado en juegos*", el mismo proporciona un entorno donde los estudiantes pueden experimentar, explorar y aprender de una forma más dinámica e interactiva (Zabala, et., 2020).

En el Ecuador, una de las instituciones educativas que ha incorporado diferentes metodologías y estrategias en el proceso de enseñanza y aprendizaje es la Unidad Educativa Bilingüe "*Leonardo Da Vinci*", donde dos de los contenidos de álgebra que se imparten en los cursos de primero de bachillerato, es la multiplicación de binomios y luego la factorización de polinomios. Sobre la base de los elementos analizados anteriormente se puede identificar el siguiente problema de la investigación: ¿Cómo conducir el proceso de enseñanza y aprendizaje con el uso del juego tres en raya como estrategia didáctica en las matemáticas para la multiplicación de binomios y factorización de trinomios?

Con la finalidad de encontrar una solución al problema identificado, se establece el siguiente objetivo general: Diseñar un método utilizando el juego tres en raya como estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de la multiplicación de binomios y factorización de trinomios en los estudiantes de primero de bachillerato. La investigación se fundamentó con una metodología con enfoque cuantitativo, utilizando un estudio descriptivo y métodos deductivo, análisis-síntesis y bibliográfico. **El método matemático propuesto consiste en utilizar la estructura del juego tres en raya para multiplicar binomios (ver Figura 1) y para factorizar trinomios (ver Figura 2).**

Figura 1. Multiplicación de binomios utilizando tres en raya.

2x	**12x**	**4**
$2x^2$	**-8x**	**24**
x	**4x**	**-6**

Figura 2. Factorización de trinomio utilizando tres en raya.

x^2	**5x**	**6**
x	**3x**	**2**
x	**2x**	**3**

El método propuesto se aplicó a un total de 41 estudiantes de dos cursos de primero bachillerato en la Unidad Educativa Bilingüe "*Leonardo Da Vinci*", al finalizar la explicación del método y realizar ejercicios prácticos, se aplicó una evaluación a los estudiantes para determinar la asimilación del contenido impartido en clase, obteniendo los siguientes resultados (ver tabla #1).

Tabla 1. Resultados obtenidos en la aplicación del método utilizado.

Curso	**Total de estudiantes**	**Multiplicación de binomios**		**Factorización**	
		Cantidad	Porcentaje	Cantidad	Porcentaje
1	20	19	95 %	18	90 %
2	21	18	86 %	17	81 %

Los resultados obtenidos demostraron que la aplicación del método utilizado en las matemáticas tuvo un impacto significativo en la mayoría de los estudiantes, incrementando su motivación, recepción del contenido y una amplia participación en horas clases.

Palabras clave: Tres en raya, multiplicación, binomios, factorización, trinomios.

Referencias

Guzmán, J., Aragón, E., Aguilar, M., Navarro, J., Araujo, A. (2015). *Efectos de la aplicación de un programa de entrenamiento específico para el aprendizaje matemático* *temprano en educación infantil*. Revista Española de Pedagogía, 73(260), 105–119. http://www.jstor.org/stable/24711242

Valero, N., González, J. (2021). *Análisis comparativo entre la enseñanza tradicional matemática y el método ABN en Educación Infantil*. Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia, 9(1), 40–61. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2020.40-61

Zabala, A., Ardila, A., García, H., Benito, L. (2020). *Aprendizaje basado en juegos (GBL) aplicado a la enseñanza de las matemáticas en la educación superior*. Una revisión sistemática de la literatura. Formación universitaria, 13 (1), 13-26. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062020000100013

Estrategias Didácticas para Fortalecer las Nociones Básicas de la Aritmética en Alumnos de Secundaria

Manuel Alejandro Domínguez Anchondo, Bertha Ivonne Sánchez Luján
manuel.dominguez.anc@chih.nuevaescuela.mx, *ivonnesanchez10@yahoo.com*
Escuela Normal Superior "José E. Medrano"/TecNM-Ciudad Jiménez

Resumen

El aprendizaje de la aritmética es un pilar esencial para el desarrollo de competencias matemáticas avanzadas. Sin embargo, en la Escuela Secundaria Estatal #3006 de Chihuahua, Méx.,un diagnóstico inicial evidenció deficiencias significativas en las nociones básicas de la aritmética entre alumnos de primer grado. Este rezago afecta tanto el desempeño académico como la percepción de las matemáticas. La presente investigación buscó diseñar estrategias didácticas efectivas para abordar estas dificultades.

La metodología empleada fue la investigación-acción de Kemmis, estructurada en cuatro etapas: planificación, acción, observación y reflexión (Kemmis y McTaggart 2005). Se aplicaron

actividades prácticas y dinámicas, como juegos gamificados y resolución colaborativa de problemas, para fomentar un aprendizaje significativo (García y Moscoso, 2021). Además, se evaluaron las estrategias mediante herramientas como diarios de campo y listas de cotejo.

Entre las estrategias implementadas destacan actividades como el "Basta Numérico", donde los estudiantes resuelven operaciones en un formato de juego competitivo; los "Desafíos Matemáticos con Acertijos", que promueven el razonamiento lógico mediante problemas cotidianos, y el "Maratón Matemático del Saber", diseñado para fortalecer el trabajo en equipo y la resolución de problemas. Estas estrategias integraron elementos de gamificación y trabajo colaborativo, creando un entorno motivador que mejoró el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas.

Los resultados demostraron una mejora significativa en el dominio de las operaciones básicas y un cambio positivo en la percepción de las matemáticas. La implementación de actividades interactivas y contextualizadas no solo fortaleció las habilidades matemáticas, sino también promovió la colaboración y el pensamiento crítico en los estudiantes. Este enfoque destacó la importancia de renovar las prácticas pedagógicas para hacerlas más inclusivas y efectivas.

En conclusión, las estrategias didácticas aplicadas lograron fortalecer el dominio de las nociones básicas de la aritmética en los estudiantes de primer grado de secundaria, cumpliendo con el objetivo general de mejorar su aprendizaje a través de actividades dinámicas y colaborativas. Los resultados evidenciaron que métodos como el trabajo en equipo y la gamificación no solo incrementaron el interés por las matemáticas, sino también desarrollaron habilidades clave, como la resolución de problemas y el razonamiento lógico, alineándose con los objetivos específicos planteados. Estos resultados ofrecen una base sólida para futuras implementaciones en contextos educativos similares.

Palabras clave: aritmética, aprendizaje significativo, estrategias didácticas, gamificación.

Referencias

García, K. y Moscoso B, (2021). Gamificación y enseñanza aprendizaje del razonamiento lógico matemático en estudiantes de Educación General Básica. Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía, 6(4), 219–239. https://doi.org/10.35381/r.k.v6i4.1499

Kemmis, S., y McTaggart, R. (2005). *Participatory Action Research: Communicative Action and the Public Sphere.* Sage Publications.

Ramírez, E. (1999). La enseñanza de la aritmética en la educación básica. México: Editorial Trillas.

El ABP como estrategia para fomentar el interés por las matemáticas en educación secundaria

Mayra Janet Lopez Avitia, Bertha Ivonne Sánchez Luján
mayra2430@hotmail.com, ivonnesanchez10@yahoo.com
Escuela Normal Superior "José E. Medrano"/TecNM-Ciudad Jiménez

Resumen

El aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria enfrenta importantes desafíos, particularmente en contextos socioeconómicos bajos, donde las operaciones básicas suelen representar un obstáculo para los estudiantes. Este trabajo analiza la implementación del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) como metodología innovadora para mejorar las habilidades matemáticas en operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) en alumnos de primer grado de la Secundaria Estatal 3025, turno vespertino.

Bajo un enfoque cualitativo de investigación-acción, se desarrolló un proyecto interdisciplinario que vinculó las operaciones matemáticas con situaciones cotidianas relevantes para los estudiantes, como la administración de presupuestos o el diseño de juegos. "El aprendizaje significativo se facilita cuando los estudiantes participan activamente en su proceso educativo, conectando los contenidos matemáticos con situaciones prácticas de su vida diaria" (Secretaría de Educación Pública, 2022). La metodología incluyó actividades estructuradas en cinco etapas: planeación, investigación, ejecución, presentación y reflexión. Los resultados fueron evaluados mediante observación participante, rúbricas de evaluación y encuestas.

El análisis reveló que el ABP como mencionan (Larmer, Mergendoller y Boss, 2015), es una estrategia innovadora y eficaz, que fortaleció las competencias matemáticas, especialmente en divisiones y operaciones con decimales, y también mejoró significativamente la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas. Los alumnos mostraron un incremento en la motivación, la participación activa y las habilidades colaborativas. La aplicación de herramientas prácticas como billetes de juguete y regletas contribuyó a generar confianza y reducir la ansiedad matemática.

Yarlequé (2012) indica que el trabajo colaborativo no solo fomenta la resolución de problemas, sino que también desarrolla competencias transversales como la comunicación efectiva y el respeto por las ideas de los demás. Este estudio concluye que el ABP es una estrategia eficaz para promover un aprendizaje significativo, especialmente en contextos con limitaciones tecnológicas y recursos socioeconómicos. Se recomienda su extensión a otras áreas del currículo y su implementación en diferentes niveles educativos, acompañada de formación docente y fortalecimiento de la infraestructura escolar.

Palabras clave: Aprendizaje Basado en Proyectos, operaciones básicas, educación secundaria, motivación, habilidades matemáticas.

Referencias

Larmer, J., Mergendoller, J., & Boss, S. (2015). *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*. ASCD.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2022). Marco curricular y plan de estudios 2022 de la Educación Básica. Ciudad de México: SEP

Yarlequé, C. A. (2012). Trabajo colaborativo en el área de matemáticas. *En blanco y negro, 3*(1), 26-35.

Apropiación de las medidas de variabilidad mediante el planteamiento y la resolución de problemas

Rocío de las Mercedes Olaya Narváes, Nicolás Bolívar
rolaya24@uan.edu.co, nicolas.bolivar@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño,

Resumen

El objetivo de este trabajo es construir un modelo didáctico bajo un enfoque de planteamiento y resolución de problemas que permita la apropiación de las medidas de variabilidad en estudiantes del grado noveno. Para ello, se buscan características comunes entre los procesos de planteamiento y resolución de problemas en un sistema de actividades basado en el contexto de los estudiantes para generar el modelo que permita que los estudiantes sean capaces de entender y utilizar las medidas de variabilidad en distintos contextos para, por último, valorar la posible extensión del modelo a otros temas de la estadística y ramas de la matemática.

Palabras clave: Educación matemática realista, Planteamiento de problemas, Resolución de problemas.

Para planteamiento, se considera la propuesta de Batanero (2001) sobre los contenidos en estadística que se deben enseñar en bachillerato. Ahora bien, sobre el planteamiento relacionado con Educación Matemática Realista (EMR) se toma el concepto propuesto por Freudenthal (1991).

En cuanto a la categorización del planteamiento y resolución de problemas se toma como punto de referencia el modelo propuesto por Cai (2022). Para tener en cuenta un marco de referencia que permita en este apartado un concepto sobre resolución de problemas, se emplea el propuesto por Schoenfeld (1985).

Metodología y reflexiones finales

La construcción del modelo se basa en las teorías previamente mencionadas, encontrando similitudes en las características de los procesos de formulación y resolución de problemas de los estudiantes. Para ello, se realiza una actividad preliminar relacionada con las medidas de tendencia central. La segunda está relacionada con las medidas de posición, la tercera con el rango, la cuarta con la varianza, la quinta con la desviación estándar, y la sexta con el coeficiente de variación. Las actividades 7 y 8 se realizan para consolidar la apropiación de los temas con base en los resultados obtenidos en las actividades anteriores.

Por medio del presente trabajo se busca implementar un modelo didáctico que, por medio del aprendizaje a través del planteamiento (y la resolución) de problemas en el contexto de los estudiantes, permita la apropiación de las medidas de variabilidad de los estudiantes, es decir que sean capaces de entenderlas y utilizarlas en diversos contextos, i.e. resolviendo y planteando nuevos problemas, se evalúa dicho modelo y se analiza la posibilidad de extenderlo a otros temas de la estadística y de la matemática.

Referencias

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística.* https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf

Cai, J. (2022) *What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing*. *Éducation et didactique,* (16). Retrieved from https://par.nsf.gov/biblio/10413794. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.10642

Freudenthal, H. (1991). *Revisting mathematics education: China lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving.* New York: Academic Press.

Potenciación del Pensamiento Matemático a Través de Actividades Extraescolares

Luis Eduardo Reyes Perdomo, Nicolás Bolívar
lreyes86@uan.edu.co , nicolas.bolivar@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Esta investigación analiza el impacto de las actividades extraescolares en la potenciación del pensamiento matemático. A través de un club de matemáticas, se diseñó e implementó un sistema de actividades basadas en optimización sin cálculo y en problemas retadores. La metodología cualitativa basada en diseño permitió identificar procesos del pensamiento matemático como especialización, conjetura, generalización y convicción en estudiantes participantes.

Los resultados resaltan mejoras significativas en habilidades matemáticas y un aumento en la motivación hacia las matemáticas. Algunos participantes alcanzaron desempeños sobresalientes en olimpiadas regionales, confirmando la efectividad del enfoque implementado. Este trabajo subraya la importancia de integrar actividades extraescolares para fomentar un aprendizaje matemático más profundo y contextualizado.

Palabras clave: Club de matemáticas, procesos de pensamiento matemático, actividades extraescolares.

Metodología

Se adoptó un enfoque cualitativo basado en diseño para crear y validar actividades centradas en la resolución y planteamiento de problemas. Estas actividades, diseñadas para fomentar el pensamiento matemático, incluyeron desigualdades y optimización sin cálculo. Los datos se recopilaron mediante observaciones, entrevistas y análisis de las producciones de los estudiantes, evaluados con rúbricas específicas.

El sistema de actividades se implementó en el club de matemáticas CLUMACLA, promoviendo la participación voluntaria de estudiantes interesados en explorar matemáticas desde una perspectiva distinta a la tradicional. Durante las sesiones, los participantes resolvieron problemas retadores, desarrollando procesos clave del pensamiento matemático.

Resultados

Los participantes del club mostraron mejoras significativas en procesos del pensamiento matemático como especialización, conjetura, generalización y convicción. Estos avances se reflejaron en un mayor interés y confianza hacia las matemáticas, así como en desempeños destacados en olimpiadas regionales.

El 80% de los estudiantes resolvió problemas de optimización con éxito, algunos participantes consideran ahora las matemáticas una herramienta aplicable y emocionante, además lograron posiciones destacadas en competencias regionales.

Estas evidencias refuerzan el potencial de las actividades extraescolares para transformar la educación matemática.

Referencias

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed). Pearson.

Ellis, A. B. (2007). Connections between Generalizing and Justifying: Students' Reasoning with Linear Relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 194-229.

Patmawati, H., Turmudi, & Prabawanto, S. (2022). Mathematical thinking process based on student IQ test results and talented mathematical. *Journal of Physics: Conference Series*, *2279*(1), 012011. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2279/1/012011

La transversalidad de las competencias matemáticas, lectura crítica y ciencias naturales en la educación secundaria en Colombia: un estudio basado en los resultados numéricos en la prueba SABER 11

Isnardo Arenas-Navarro, Daivy Díaz-Santana, Wilmar Díaz-Santamaría
isnardo.arenas@unimilitar.edu.co, *daivy.diaz@unimilitar.edu.co*, *wilmar.diaz@unimilitar.edu.co*
Universidad Militar Nueva Granada

Resumen

La transversalidad de las competencias matemáticas, ciencias y lenguaje es un tema fundamental en la educación actual, es esencial dentro de un proceso de aprendizaje significativo y aplicable en la vida cotidiana de los estudiantes. Según Camposeco (2023), la transversalidad de las matemáticas tiene su esencia al lograr determinar contenidos fundamentales del área que pueden integrarse a los saberes de otras ciencias para enfatizar –y afianzar-- en su aprendizaje. En este sentido, esta ponencia presenta un enfoque teórico a partir de la revisión bibliográfica sobre la transversalidad de estas competencias, destacando su importancia en la formación integral de los estudiantes de educación secundaria en Colombia.

En línea con Mallart (2020), se destaca cómo las competencias comunicativas pueden integrarse en ámbitos no propiamente lingüísticos como la comprensión lectora en la resolución

de problemas matemáticos o científicos, la elaboración de resúmenes y mapas conceptuales en técnicas de estudio, aprendizaje en ciencias naturales y sociales, y la realización de debates orales en ciencias sociales o civismo.

Para el estudio se ha realizado un análisis de los resultados de la prueba Saber 11 aplicadas entre el 2020 y el 2022, haciendo énfasis en los datos del desempeño de los estudiantes en matemáticas, ciencias y lenguaje. Utilizando estadísticas descriptivas y modelos de ajuste, se analiza la relación entre los resultados numéricos obtenidos en las pruebas, identificando patrones y tendencias significativas que permiten hacer una comparación con los resultados obtenidos de la revisión bibliográfica.

Los resultados obtenidos proporcionan información para entender cómo se relacionan las competencias matemáticas, lectura crítica y ciencias naturales, y cómo se pueden mejorar los resultados educativos en estas áreas. Todo ello en línea con las propuestas de educación que realizan organizaciones internacionales como la Unesco y la OCDE (2019), sobre el futuro de la educación en las que se busca construir una comprensión común de los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que los estudiantes necesitan en el siglo XXI. Es de considerar que los hallazgos presentados pueden llegar a ser relevantes para educadores, administradores de centros educativos e investigadores interesados en la mejora de los procesos formativos en Colombia desde el enfoque brindado por las pruebas de Estado.

Palabras clave: Pruebas Saber 11, transversalidad, competencias.

Referencias

Camposeco, J. (2023). Transversalidad de las competencias matemáticas en la educación secundaria. Funes: Depósito Electrónico de Documentos en Educación Matemática. Recuperado de https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1670774/1798632047187641_Camposeco2023Transversalidad.pdf.

International Commission on the Futures of Education. (2021). Reimagining our futures together: A new social contract for education. UNESCO. Recuperado de https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000379707.

Mallart, J. (2020). Aprendizaje transversal a partir del área de lengua y literatura. Innovación Educativa, 30, 21-39. Recuperado de https://doi.org/10.15304/ie.30.7111.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2019). *Future of Education and Skills 2030*. Recuperado de https://www.oecd.org/en/about/projects/future-of-education-and-skills-2030.html.

Caracterización del pensamiento creativo y divergente, sus diferencias y similitudes en el contexto del planteamiento y la solución de ecuaciones diofánticas cuadráticas

Carmen Yenny Cuestas Zabala
Universidad Antonio Nariño
ccuestas36@uan.edu.co

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo principal, caracterizar el pensamiento creativo y divergente de los estudiantes, por medio del planteamiento y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones diofánticas cuadráticas e integrando problemas con enfoque STEM, y posteriormente analizar sus similitudes y diferencias.

Palabras clave: Creatividad, pensamiento divergente, planteamiento y solución de problemas.

Introducción

Actualmente, la creatividad es una habilidad esencial e importante en diferentes contextos, como el educativo (Beghetto & Kaufman, 2013; Sriraman, 2005). En matemáticas el pensamiento creativo busca soluciones en formas no convencionales y diversas, aumentando la posibilidad de encontrar soluciones efectivas a los problemas retadores y complejos.

El planteamiento y la resolución de problemas matemáticos junto con las ecuaciones diofánticas cuadráticas son recursos valiosos en la educación matemática porque potencian el razonamiento lógico, la creatividad y el pensamiento divergente.

El objetivo principal de esta investigación es avanzar en la caracterización del pensamiento creativo y divergente de los estudiantes, y establecer sus similitudes y diferencias cuando se plantean y solucionan problemas con ecuaciones diofánticas cuadráticas. Como objetivos específicos se tienen: Determinar las estrategias utilizadas cuando se plantean y solucionan problemas con ecuaciones diofánticas cuadráticas para el desarrollo del pensamiento creativo y divergente de los estudiantes, identificar características creativas y divergentes para el planteamiento y la solución de los problemas matemáticos retadores generados por las ecuaciones diofánticas cuadráticas, y por último comparar el pensamiento creativo y divergente, cuando se plantean y solucionan problemas con ecuaciones diofánticas cuadráticas con ayuda del STEM.

La metodología empleada es la investigación de diseño, que se caracteriza por ser intervencionista, generativa, iterativa, ecológicamente válida y orientada a la práctica. En Prediger, Gravemeijer y Confrey, (2015), esta metodología, exige a los investigadores la responsabilidad de crear ambientes de aprendizaje en los cuales los estudiantes, de forma individual o grupal, se enfrentan a tareas desafiantes y variadas. Al tener esto, el investigador se enfoca en rastrear el desarrollo del pensamiento de los estudiantes a lo largo del tiempo, buscando identificar tanto momentos de éxito como de dificultad. Esto con el fin de perfeccionar sus diseños educativos en función de los resultados observados.

El estudio del pensamiento creativo y divergente desempeña un papel fundamental en el marco teórico para esta tesis. En paralelo, la teoría del planteamiento y resolución de problemas representa otro pilar teórico clave de esta tesis. Además, este trabajo incluye un enfoque en el estudio de las ecuaciones diofánticas cuadráticas. Por último, aplicar el enfoque STEM en la educación se ha destacado como una forma efectiva de fomentar la creatividad y el pensamiento divergente en los estudiantes.

Descripción del trabajo realizado

Parte de esta investigación tiene sus iniciosen el estudio realizado en la maestría, "Uso de la historia de la matemática y la resolución de problemas retadores en la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diofánticas cuadráticas", y teniendo en cuenta la importancia que tiene hoy en día el pensar creativamente y de formas variadas en la solución de problemas de la vida cotidiana, surgió la investigación que se presenta en este documento: "Caracterización del pensamiento creativo y divergente, sus diferencias y similitudes en el contexto del planteamiento y la solución de ecuaciones diofánticas cuadráticas".

Se ha tomado como base investigaciones previas que abordan la creatividad y la divergencia en la enseñanza de las matemáticas, que se encuentran registradas en el estado del arte, y como fundamento la metodología de investigación de diseño, se han desarrollado y aplicado una serie de actividades específicas con el propósito de llevar a cabo esta investigación.

En cada una de las actividades se proponen situaciones estratégicamente diseñadas, comenzando por la formulación y resolución de problemas con una base de ecuaciones diofánticas cuadráticas y con problemas STEM, con el objetivo de que los estudiantes, a medida que construyen el significado de conceptos, desarrollen el pensamiento creativo y divergente. Estas actividades se llevan a cabo en un entorno de laboratorio de acuerdo con la metodología empleada, donde los estudiantes disponen de ciertos recursos, como material concreto, herramientas básicas como lápices, borradores, etc., y en algunos casos, software de aplicación.

Reflexiones finales

La investigación basada en el diseño se revela como una teoría altamente adecuada para investigaciones destinadas a la mejora tanto del proceso de aprendizaje de los estudiantes como de los objetivos perseguidos por el docente en cada sesión. La integración del enfoque STEM fortalece aún más el objetivo de la investigación, ya que está diseñado para desarrollar el pensamiento creativo y divergente de los estudiantes, al resolver problemas basados en situaciones del mundo real y combinar eficazmente el conocimiento matemático con teorías pedagógicas y metodologías.

Referencias

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2012). *Educación Matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Villa María, Argentina: Editorial Universitaria Villa María.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 215-241.

Estrategia metodológica orientada al fortalecimiento de los factores motivacionales en estudiantes adultos para el aprendizaje de las matemáticas mediante la formulación de problemas

Alexander Guataquira Romero
aguataquira@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

La enseñanza de las matemáticas a personas adultas enfrenta desafíos particulares que requieren metodologías innovadoras y contextualizadas. En el Colegio Integrado de Fontibón, los estudiantes del modelo de educación por ciclos de aprendizaje (CLEI), con edades entre 25 y

50 años, retornan al sistema educativo tras varios años de desvinculación, motivados principalmente por la necesidad de mejorar sus condiciones laborales, personales y familiares. Sin embargo, este regreso no está exento de dificultades debido a que muchos de estos estudiantes han acumulado experiencias negativas previas con las matemáticas, lo que genera desconfianza en sus propias capacidades, desmotivación y una percepción de desconexión entre los contenidos impartidos y las exigencias de su vida cotidiana.

El uso predominante de metodologías tradicionales, centradas en la memorización y en problemas desvinculados del entorno real, acrecientan las dificultades. Estas prácticas educativas no consideran las ricas trayectorias de vida de los estudiantes adultos ni sus experiencias laborales, sociales o familiares como recursos pedagógicos valiosos. En consecuencia, las matemáticas son percibidas como abstractas y alejadas de su utilidad práctica, lo que limita su potencial como herramienta para la resolución de problemas en la vida diaria y el ámbito laboral.

Además, en un mundo donde las habilidades matemáticas son fundamentales para la inclusión en la sociedad del conocimiento, los rezagos en competencias numéricas afectan no solo el desempeño académico de los estudiantes adultos, sino también su calidad de vida y sus oportunidades de desarrollo personal y profesional. Estas dificultades resaltan la urgencia de implementar estrategias educativas que aborden tanto las necesidades cognitivas como los factores socioemocionales, como la confianza y la motivación, para garantizar un aprendizaje efectivo y sostenible.

En este marco, la formulación de problemas contextualizados en las historias de vida de los estudiantes adultos se presenta como una estrategia clave. Este enfoque, basado en la educación matemática realista y el aprendizaje dialógico, permite vincular los contenidos matemáticos con situaciones significativas y relevantes para los estudiantes. Al integrar sus experiencias y reflexiones en el proceso de aprendizaje, no solo se facilita la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también se fomenta el empoderamiento, la participación activa y el desarrollo de la confianza en sus propias capacidades.

Por lo tanto, el objetivo principal de esta investigación consiste en diseñar una estrategia metodológica fundamentada en la formulación de problemas, que fortalezca los factores motivacionales en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes adultos del Colegio Integrado de Fontibón, logrando conectar los contenidos académicos con sus realidades y aspiraciones personales.

La metodología adoptada para este estudio se enmarca en un enfoque cualitativo, orientado a explorar las experiencias, percepciones y necesidades de los estudiantes adultos. Se emplea un enfoque de investigación basada en el diseño de estrategias pedagógicas, con ciclos que permiten ajustar y perfeccionar las actividades propuestas. Las principales técnicas de recolección de datos incluyen entrevistas semiestructuradas a estudiantes y docentes, observación participante durante las actividades educativas y el análisis de historias de vida.

En conclusión, esta propuesta metodológica busca transformar la experiencia educativa de los estudiantes adultos, integrando herramientas que conecten las matemáticas con sus realidades y aspiraciones, fortaleciendo así su motivación, compromiso y desempeño académico.

Palabras clave: Educación matemática para adultos, aprendizaje dialógico, Educación Matemática Realista, formulación de problemas.

Referencias

Cai, J., y Leikin, R. (2020a). Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. Educational Studies in Mathematics, 105(2), 287–301. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x

Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., Kramer, S. L., Hiebert, J., & Bakker, A. (2020b). Maximizing the quality of learning opportunities for every student. Journal for Research in Mathematics Education, 51(1), 12–25. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.2019.0005

Diez Palomar, J. (2021). Teaching mathematics in the adult's mathematics education field. En M. García (Ed.), Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática (pp. 285-321). Editorial Universidad de Granada.

Knowles, M. S., Holton III, E. F., Swanson, R. A., & Robinson, P. A. (2020). The Adult Learner: The Definitive Classic in Adult Education and Human Resource Development (9th ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429299612

Análisis de las actividades de derivadas en libros de texto de grado once desde la Educación Matemática Crítica

Gladys Cecilia Sandoval Estupiñan, Francisco Vargas Mancera
gladys.sandoval@uptc.edu.co, fvargasmancera@gmail.co
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Resumen

El presente trabajo toma como referencia la Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 2000). Se presenta una clasificación de las actividades propuestas para el tema de derivación en un total de 79 libros de texto de matemáticas utilizados en Colombia para grado once. Se evidencia como de los seis tipos de actividades planteadas por Skovsmose los textos se limitan al paradigma del ejercicio y no conducen a escenarios de investigación.

Palabras clave: Análisis de libros de texto, Ambientes de aprendizaje, Derivadas.

Dentro del marco de la educación en Colombia el libro de texto se ha mantenido dentro del aula de clase tradicionalmente como parte esencial de la asignatura de matemáticas. De acuerdo con Fernández y Mejía (2010) su función principal es la de servir de guía a los estudiantes en la construcción del conocimiento matemático y a docentes como un recurso que permite realizar las planeaciones de las clases, ya que la mayoría de estos libros de texto están elaborados de acuerdo a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de Matemáticas (2003) establecidos por el Ministerio de Educación Nacional.

Un aspecto central de la Educación Matemática Crítica es la reflexión sobre las prácticas educativas, ya que según Skovsmose (1999) desde la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se puede generar un cambio en la sociedad. Skovsmose (2000) propone una matriz a partir de tres tipos de referencia diferentes (matemáticas puras, semirrealidad y situaciones de la vida real) combinados con dos paradigmas de las prácticas educativas (paradigma del ejercicio y escenarios de investigación). Esto da como resultado seis tipos distintos de ***ambientes de aprendizaje.***

La presente investigación tiene un enfoque cuantitativo, mientras que el método de investigación es el análisis de contenido de textos escolares.

El intervalo de tiempo dentro del cual se encontraron los textos es 1976-2024, es un trascurrir de casi 50 años en la manera de fundamentar y guiar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y del tema en particular. A pesar de que se evidencian algunos cambios a lo largo de estas décadas se puede notar que en su totalidad las actividades propuestas se limitan al paradigma del ejercicio (ambientes de aprendizaje tipos 1 y 3 según la clasificación de Skovsmose).

No se encontraron en los textos analizados los demás tipos de ambientes de aprendizaje, dejándose de lado las situaciones de la vida real y los escenarios de investigación. Esto indica que la enseñanza de las matemáticas en Colombia ha seguido predominantemente un esquema tradicional, dónde prevalece la idea de encontrar una sola respuesta correcta, sin dar la posibilidad a la indagación y la reflexión crítica y la aplicación a situaciones de la vida real.

Referencias

Fernández, E. y Mejía, M. (2010). *Análisis de textos escolares para el diseño de situaciones de enseñanza.* En G. García (ed.), Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (pp. 61-68). Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.

Ministerio de Educación Nacional (2004). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá D.C. MEN.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas*. Bogotá D.C. MEN.

Skovsmose, O. (2000) *Escenarios de investigación*. Revista EMA Empresa Docente. Universidad de los Andes. vol. 6, No. 1, 3-26.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.*

TSG 2. La enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Actividades exploratorio investigativas en la clase de geometría.

Leidy Johana Limas Berrio, Angela Marcela Velandia Carreño, Yudy Alexandra Molina Hurtado
leidy.limas@uptc.edu.co, angelamarcela.velandia@uptc.edu.co, yudy.molina@uptc.edu.co
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC).

Resumen

En el aula de clase es importante brindar herramientas necesarias y adecuadas donde se dé la oportunidad a los estudiantes de construir conceptos matemáticos a través de situaciones contextualizadas. En este sentido, la presente experiencia de aula aborda el enfoque exploratorio investigativo en la enseñanza y aprendizaje de la geometría bidimensional. Este enfoque se caracteriza por tener dinámicas diferentes a la de los problemas, los ejercicios y las situaciones problema. De acuerdo con Ponte (2010), este tipo de actividades permite al estudiante explorar, conjeturar, investigar, formular y validar sus propios conocimientos; a partir de tres momentos: introducción de la tarea, desarrollo del trabajo y discusión final o reflexión, en la primera se presenta la actividad a los estudiantes de manera oral y escrita, en la segunda lo estudiantes trabajan en grupo y en la discusión final, se da a conocer los diferentes caminos que tomaron los estudiantes, las exploraciones realizadas, y se lleva a cabo la consolidación del conocimiento.

Este enfoque no sólo ayuda a fomentar el interés por el estudio de la matemática, sino que sitúan al estudiante como agente activo de su proceso de aprendizaje. De acuerdo con Limas y Jiménez (2017), este enfoque representa una alternativa atractiva y viable en el aula de clase, al invertir el orden en el desarrollo y ejecución de ésta, se da paso a que el estudiante realice procesos de conjeturación, validación, razonamiento y justificación, esenciales dentro de la actividad matemática y que lo van guiando a la construcción y apropiación de conceptos, dando lugar al pensamiento crítico. En cuanto al rol del docente, Oliveira et al. (1996), señalan que su papel se ve redimensionado al generar preguntas que estimulen e inviten a los estudiantes a mirar

en otras direcciones y a reflexionar sobre los hallazgos derivados de las situaciones de aprendizaje desarrolladas en clase (Miranda & Pereira, 2014).

En la enseñanza y aprendizaje de la matemática, se ha priorizado la ejecución de procesos algoritmos y repetitivos, lo que ha generado su descontextualización, llevando a que el estudiante no logre percibir la aplicabilidad de esta rama en la vida cotidiana. Ante esta situación, surge el interés por dinamizar la praxis pedagógica, a partir de metodologías innovadoras como, las clases exploratorio-investigativas, entendidas como aquellas que movilizan escenarios sociales mediados por actividades que fomentan la participación activa del estudiante (Fiorentini, e Cristóvão, 2006).

En este sentido, la experiencia de aula tuvo como objetivo dinamizar la enseñanza y aprendizaje de la geometría bidimensional a través de actividades exploratorias que les permitan a los estudiantes validar de manera argumentativa conceptos abstractos implícitos. El tipo de investigación es cualitativo bajo el enfoque exploratorio, metodología que, según Corbetta (2017) favorece el acceso a las prácticas de enseñanza y aprendizaje desde la esencia de sus participantes. La población objeto de estudio estuvo compuesta por los estudiantes del Programa de Licenciatura en Matemáticas de Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Como unidad de análisis, se seleccionaron los estudiantes de los cursos de Geometría Bidimensional del primer semestre del año 2024. Los datos obtenidos fueron analizados mediante el estudio de contenido, permitiendo identificar patrones y reflexionar sobre la praxis pedagógica en el aula, además de comprender cómo los estudiantes construyen su conocimiento en relación con los conceptos matemáticos abordados.

La actividad implementada consistía en imaginar que se lanzaba la pelota desde una de las esquinas de la mesa de billar, sin efecto y en una dirección que forma un ángulo de 45° con el borde de la mesa. Además, se debía suponer que la bola sólo se detiene cuando cae en un agujero.

A partir de la situación planteada, los estudiantes debían responder a interrogantes como: ¿Cuántos cuadrados cruzará la pelota?, ¿Cuántas veces golpeará la pelota los bordes de la mesa?, ¿Qué relación tiene el tamaño de la mesa con lo que le sucede a la pelota? Si se piensa en una mesa con determinadas dimensiones, ¿se puede saber inmediatamente el número de cuadrados que atraviesa la bola y el número de veces que golpeará?

Comienza analizando el caso de la mesa de 6x4 y luego realiza los experimentos que consideres necesarios con mesas de otras dimensiones. ¿Teniendo las dimensiones de la mesa, es posible descubrir el agujero por donde sale la pelota?

Durante el desarrollo, al tomar como referencia una mesa de dimensiones 6x4, se observó que la pelota cruzaría un total de 12 cuadrados y golpearía los bordes de la mesa en 3 ocasiones antes de caer en un agujero. A partir de esto los estudiantes realizaron diversas exploraciones con mesas de diferentes dimensiones, e incluso indagaron con mesas de dimensiones n x n.

En el proceso de exploración los estudiantes lograron concluir que el número de cuadrados atravesados por la pelota está vinculado al mínimo común múltiplo (MCM) de las dimensiones de la mesa. Esto condujo a escribir expresiones matemáticas que relacionan las dimensiones de la mesa y el comportamiento de la pelota.

Mediante la observación de trayectorias, la identificación de patrones y la aplicación de expresiones matemáticas, los estudiantes desarrollaron competencias esenciales como la abstracción, el razonamiento, la formulación y resolución de problemas. Asimismo, la actividad promovió un ambiente de aprendizaje activo y participativo, fomentando la interacción constante entre los estudiantes y el desarrollo de habilidades críticas. Los participantes no sólo mostraron interés y motivación hacia la matemática; además, se evidenció un mayor compromiso con su propio proceso de aprendizaje, fortaleciendo su capacidad para trabajar en equipo y aplicar los conceptos en contextos prácticos.

Palabras clave: exploración, conjuración, razonamiento.

Referencias

Corbeta, P. (2007). *Metodología y técnicas de investigación social*. McGraw-Hill/Interamericana de España, SAU.

Fiorentini, D., E Cristóaão, E. (2006). Aulas investigativas: Só mais um modismo? Fiorentini, D., Cristovão, E. (Org.). *Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática*. Campinas: Alínea, 2006, p. 13-34.

Limas, L., Jiménez, A. (2017). *Actividades exploratorio investigativas en clase de matemáticas.* Eco matemático 8(1). 93-105.

Miranda, M., & Pereira, M. (2014). Atividades de Investigação Matemática. Itapina.

Oliveira, H., Segurado, M., & Ponte, J. P. (1996). Explorar, Investigar e Discutir na Aula de Matemática. Actas do ProfMat96, 207-213

Ponte, J. P. (2010). *Explorar e Investigar em Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na Aprendizagem.* Revista Iberoamericana de Educación Matemática 21(13).

La perspectiva como recurso para el aprendizaje del arte y desarrollo del pensamiento matemático

Fernando González Aldana
fernalmat@hotmail.com
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Esta investigación pretende solucionar la problemática: ¿cómo fortalecer el pensamiento matemático a través de la perspectiva, el arte y la resolución de problemas matemáticos, en las

estudiantes del grado noveno del colegio Santa Teresa de Jesús de Ibagué? Cuyo objetivo, diseñar e implementar estrategias pedagógicas creativas a través del uso de la perspectiva en el arte y la resolución de problemas, importantes en el desarrollo del pensamiento matemático en cada uno de los estudiantes.

Palabras clave: Perspectiva, problemas, arte, pensamiento matemático.

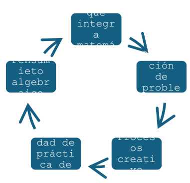
Indagación bibliográfica

Uno de los logros más complicados que ha tenido el ser humano, desde la Prehistoria hasta el Renacimiento, en lo que se refiere a la técnica pictórica, fue la representación de la tercera dimensión en un plano. Leonardo da Vinci (1452-1528), basado en la representación de la realidad exterior sobre un vidrio, mantiene un punto de vista fijo. Del posterior análisis de estos dibujos, se dedujeron todos los elementos principales, que rigen la representación en perspectiva cónica. Con anterioridad en el S. XIII Roger Bacon, ya conocía el fenómeno de la cámara oscura y se estudiaba la proyección rectilínea de la luz, pero fue Leonardo el que observando el fenómeno de la luz generó el famoso invento de su ventana con un punto de vista fijo, aplicada al dibujo. Otros artistas como Alberto Durero (1471-1528) el genial dibujante, utilizó su invento para crear obras de arte, Leon Battista Alberti (1404-1472) conocido como el genio teórico en la perspectiva matemática contenidos en su ***tratatto della pintura*** y por la utilización del velo, una ventana con una rejilla que le servía para buscar puntos de referencia espacial y llevarlos al papel mediante un cuadrícula a escala que se correspondía con la rejilla y que se asemeja a la ilustración de Durero. El pintor matemático Piero Della Francesca, estableció los principios matemáticos de la perspectiva, también quiso corregir y extender el conocimiento empírico a través de las matemáticas. La idea básica del sistema de perspectiva focal creado por los pintores y cuyas líneas de fuga desde varios puntos de la escena hacia el ojo, constituyen el principio de proyección. Algunos de los geómetras del siglo XVII se propusieron a responder estas preguntas y siempre consideraron los métodos que se utilizaban y los resultados que obtenían como parte de la geometría euclídea; sin embargo, esos métodos y resultados son los comienzos de una nueva rama de la geometría, conocida a partir del siglo XIX como “geometría proyectiva”.

Método

La metodología implementada es de tipo cualitativa, buscando el «conocer y actuar» en el contexto de un proceso de apropiación y aplicación. Para ello, en el grupo experimental se realizan talleres sobre dominio de ejercicios pictóricos, como muestra. Los métodos empíricos y el manejo de elementos de geometría, conducen a desarrollar el pensamiento matemático a través de la resolución de problemas que involucran la perspectiva en el arte. La población objeto de investigación son estudiantes de noveno del colegio Santa teresa de Jesús de Ibagué, de carácter estatal, nivel muy superior, del departamento del Tolima, Colombia. La muestra con 37 estudiantes del grado noveno. En este estudio se combinan métodos y técnicas científicas, en un nivel teórico y empírico.

Figura 1. *Propuesta*

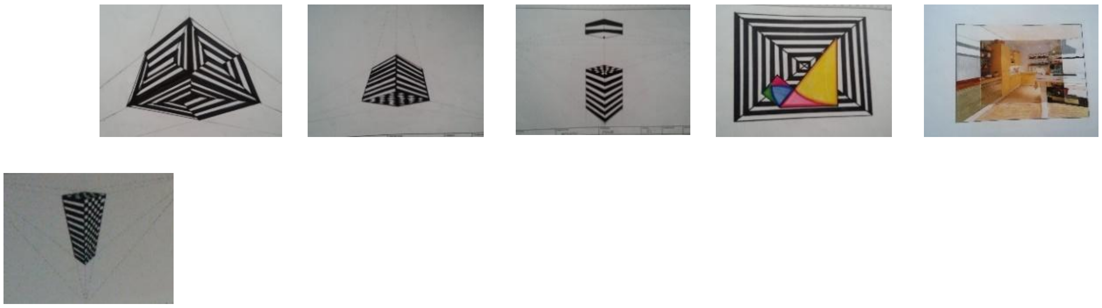


Resultados o avances

La investigación comienza con una encuesta a estudiantes sobre qué elementos de arte y matemáticas conocen y manejan; a partir de dicho diagnóstico, incluir actividades didácticas, que conduzcan a la invención y solución de problemas. Esto dio origen a actividades que consistían en la identificación de los elementos de la perspectiva para resolver algunos problemas que tienen que ver con el diseño y creación de pequeñas obras de arte.

Figura 2

Problemas desarrollados con la perspectiva en el arte.



Reflexiones o conclusiones

La teoría de la resolución de problemas es fundamental para el trabajo en el aula en lo que tiene que ver con el desarrollo del pensamiento matemático que involucren la perspectiva en el arte. En la investigación se retoman las ideas de especialistas en Educación Matemática, los cuales aportan definiciones sobre perspectiva y sus elementos, resolución de problemas y sus estrategias de resolución. Estos constituyen elementos básicos en la propuesta de actividades, basada en problemas retadores; así las estudiantes aprenden a pensar y a razonar de manera geométrica abstracta, a explorar y crear sus representaciones y modelos mentales.

Referencias

Alberti, L. Traductor Rejón de Silva, D. y Lucas (1435) Tratado *Della Pittura*

Davinci, L. (1452-1519); Manzi, G., 1734-1821 ; De Rossi, G, 1754-1827

Trattato della pittura. Editor Roma: Nella Stamperia de Romanis, Recopilación Da Vinci; CDL, americana. Contribuyente Bibliotecas de la Universidad de California, idioma italiano.

González, A. F. (Agosto, 2017). *La matemática como arte en el desarrollo del pensamiento espacial, sistema geométrico.* En O. Pérez (presidencia), Reunión Latinoamericana de Matemática educativa (Relme 31), Lima, Perú.

Uso de ejemplos para realizar demostraciones deductivas en un curso de Geometría Euclidiana

Sergio Caicedo, Jorge Fiallo, Luis Pérez
Sergio2248065@correo.uis.edu.co, *jfiallo@uis.edu.co*, *laperezf@saber.uis.edu.co*
Universidad Industrial de Santander

Resumen

El tránsito de la demostración empírica a la demostración deductiva ha sido un tema de interés en el campo de la educación matemática y en la didáctica de la geometría. Así, se ha estudiado cómo el uso de los ejemplos puede facilitar este proceso. Al respecto, algunos estudios destacan que el uso de ejemplos puede desempeñar un papel fundamental en el desarrollo, exploración, comprensión y demostración de conjeturas; siempre que su uso sea productivo (Zaslavsky, 2018; Knuth et al., 2019; Ellis et al.,2019). No obstante, se necesitan de más investigaciones que indaguen sobre el diseño de prácticas que promuevan el uso productivo de ejemplos en el contexto de la demostración en geometría y de investigaciones basadas en intervenciones en el aula (Stylianides y Stylianides, 2017; Knuth et al., 2019; Ellis et al., 2019).

En ese sentido, la investigación tiene por objetivo estudiar los aportes o dificultades que se puedan generar en los intentos de transición de demostraciones empíricas a deductivas de estudiantes de un curso de Geometría Euclidiana de la Universidad Industrial de Santander, al implementar una secuencia de enseñanza enfocada en el uso productivo de ejemplos, en situaciones referentes a las propiedades y congruencia de triángulos en el software GeoGebra.

Con la intención de realizar este trabajo, se usa el *Experimento de enseñanza transformativo y dirigido por una conjetura* como método de investigación. Y se usa como marco de referencia la estructura de demostraciones de Fiallo (2011), y dos categorías del marco CAPS de Ellis et al. (2019); que se pretenden usar para analizar los intentos de transición entre las demostraciones empíricas y deductivas.

En el evento se presentará la secuencia de enseñanza y los resultados obtenidos de algunas implementaciones que se hayan realizado. Como posibles resultados de investigación, se espera: que los estudiantes no solo vean a los ejemplos como casos particulares, sino que los vean y usen como una herramienta para conjeturar y demostrar; y que mejoren su capacidad para realizar demostraciones deductivas basándose en definiciones, axiomas y teoremas para realizar sus argumentos, y no únicamente en la observación empírica de ejemplos.

Palabras clave: ejemplos, demostraciones, experimento de enseñanza.

Referencias

Ellis, A., Ozgur, Z., Vinsonhaler, R., Dogan, M., Carolan, T., Lockwood, E., Lynch, A., Sabouri, P., Knuth, E. y Zaslavsky, O. (2019). Student thinking with examples: The criteria-affordances-purposes-strategies framework. *The Journal of Mathematical Behavior, 53, 263-283.*

Fiallo J. E. (2011). *Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica*. (Tesis doctoral). Universidad de Valencia, España.

Knuth, E., Zaslavsky, O., y Ellis, A. (2019). The role and use of examples in learning to prove. *The Journal of Mathematical Behavior, 53*, 256-262.

Stylianides, G. y Stylianides, A. (2017). Based interventions in the area of proof: the past, the present, and the future. *Educational Studies in Mathematics, 96*, 119-127.

Zaslavsky, O. (2018). Genericity, conviction, and conventions: examples that prove and examples that don't prove. In A. Stylianides, y G. Harel (Eds.). *Advances in mathematics education research on proof and proving* (pp. 283–298). Cham, Switzerland: Springer.

Tercer espacio en la formación de docentes de matemáticas desde un énfasis en la equidad participativa

Wildebrando Miranda Vargas, Diego Garzón Castro
wildebrando.miranda@correounivalle.edu.co, diego.garzon@correounivalle.edu.co
Universidad del Valle

Resumen

En la última década, han aumentado los trabajos que, desde perspectivas socioculturales y políticas, se interesan por investigar el papel de la equidad en educación matemática, particularmente en aspectos que se relacionan con el acceso y la participación (Hand, 2012; Wager, 2014; Valero, 2016; Mercado, 2017; Civil, Hunter & Crespo, 2020; Louie, 2021). En este reporte, se retoma la idea de tercer espacio (Gutiérrez, 2008) que alude a formas de conocimiento que dialogan entre las experiencias personales del estudiante (primer espacio) y los saberes socialmente validados de tipo académico (segundo espacio) que permiten un acercamiento desde el punto de vista de los factores que pueden influir en la alta o baja participación de los estudiantes en las clases de geometría. Se plantea la hipótesis de que la gestión del tercer espacio puede permitir fomentar participaciones desde una mirada hacia la equidad. Se define la equidad como distribución justa de oportunidades de aprendizaje para todos los estudiantes (Esmonde, 2009) y la equidad participativa se define como oportunidades de participación de los estudiantes, que no están determinadas ni sesgadas por factores como la raza, el género, la procedencia étnica o cualquier otro tipo de marcador personal o social (Reinholz & Shah, 2018).

Este enfoque permite pensar en la forma en como un docente comprometido con prácticas equitativas en el aula, no sólo aumenta y promueve la participación en las clases, sino

que enfoca su mirada hacia aquellos estudiantes con mayores dificultades para para motivarlos a mantener interacciones matemáticamente potentes y de esta manera, evitar procesos de marginación que inconscientemente los docentes pueden reforzar. El objetivo fundamental de este reporte es caracterizar las decisiones de acción de un docente comprometido con la equidad participativa. La pregunta que guía este trabajo es ¿Cuáles son las decisiones de acción que toma un docente de geometría para promover la equidad participativa en el aula? ¿Cómo justifica esas decisiones?

La perspectiva teórica en la que se fundamenta este trabajo es la denominada *teacher noticing for equity* (mirada profesional para la equidad) en la que se reconocen tres habilidades relacionadas: *Identificar* quiénes participan y quienes no en una clase de matemáticas, *interpretar* dichas participaciones o silencios de manera fundamentada, y *decidir* qué hacer para aumentar las participaciones o para que el docente pueda mediar de manera adecuada con aquellos estudiantes que tienen un alto índice de participación en clases pero que a su vez, imponen su punto de vista a los demás compañeros, sesgando de esa manera un pensamiento más libre, y por ende, la clase puede privarse de razonamientos de aquellos estudiantes que participan poco o que suelen mantener en silencio (Mercado, 2017; Louie, 2021; Van Es, 2021). Estas tres habilidades son adaptadas de las conceptualizaciones iniciales del teacher noticing que se enfocaban en el pensamiento matemático del estudiante (Franke et al., 2001; Jacobs, Lamb & Philipp , 2010; Garzón, 2017; Llinares y Fernández, 2021), pero que en trabajos posteriores se reconoció la pertinencia de complementar dicho enfoque con una mirada hacia la equidad desde el punto de vista de la gestión del profesor (Schack, Fisher & Wilhem, 2017).

La metodología es de carácter mixta secuencial (Cresswell & Clark, 2017) en la cual se hacen dos acercamientos: El primero, de carácter cuantitativo, que da cuenta de las frecuencias de las participaciones en clase al igual que determina si existen o no diferencias estadísticamente significativas entre las participaciones de los estudiantes. El segundo, de carácter cualitativo, que da cuenta de las decisiones del profesor para promover o limitar las participaciones. Aunque el estudio completo involucra a 3 profesores, se reporta el caso de un docente de grado 5º con 24 estudiantes de educación primaria en una institución de carácter rural de la ciudad de Cali. Para recolección de los datos, se emplearon entrevistas semiestructuradas al finalizar cada sesión de clase, al igual que se hacen transcripciones y análisis de 3 grabaciones en video de sesiones de 50 minutos en promedio cada una, sobre un tópico geométrico: características y propiedades de las figuras geométricas en 3D. Los datos se procesaron en atlas ti y se usó codificación deductiva empleando una síntesis de los códigos validados en el trabajo de Reinholz & Shah (2018).

El principal resultado de este trabajo es la alta frecuencia de participaciones que promovió el docente basadas en acercamientos del tercer espacio. Es decir, el docente, por un lado enfocaba sus acciones principalmente en aquellos estudiantes que tendían a permanecer largos periodos de tiempo en silencio y usaba preguntas del distinto nivel cognitivo (¿Qué, Cómo y por qué?) evidenciando que no solo quería que los estudiantes generaran una interacción oral, sino que se comprometieran con auténticos razonamientos geométricos para dar explicaciones a las preguntas surgidas en las actividades propuestas. Por otro lado, usaba narrativas de la propia vida de los estudiantes que conocía de antemano. Por ejemplo: El docente le propone a uno de los estudiantes que no participaba, que (dada su amplia habilidad para el dibujo) hiciera una ilustración de la actividad propuesta para que luego la compartiera a sus compañeros explicando su significado. El docente no interpretaba la ausencia de participación como una falta de actitud o de interés del estudiante, sino como información insuficiente de lo que era familiar para el estudiante, lo que le permitió romper con el silencio y escuchar los razonamientos geométricos que se intentaban poner en juego en el dibujo.

Como conclusión, el trabajo muestra que la gestión del profesor para fomentar participaciones de todos los estudiantes (especialmente de aquellos que suelen estar marginados de la participación) es tan importante como el foco en el pensamiento matemático de los estuantes, que ha sido lo más usual en los trabajos sobre el noticing. Igualmente, la metodología mixta en este tipo de estudios, puede representar un complemento ideal cuando se trate de caracterizar las habilidades situadas de un profesor, lo cual ya viene convirtiéndose en una tendencia en los trabajos sobre el *teacher noticing for equity*.

Palabras clave: Tercer espacio, equidad participativa, figuras geométricas en 3D

Referencias

Cresswell, JW & Clark, P (2017). Designing and conducting mixed methods research.

Civil, Hunter & Crespo (2020). Mathematics teacher commited to equity: A review of teaching practices.

Esmonde, I. (2009). Ideas e identidades: apoyo a la equidad en el aprendizaje cooperativo de las matemáticas. Revista de Investigación Educativa, 79(2), 1008-1043.

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative growth: A follow-up study of professional development in mathematics. American Educational Research Journal, 38, 653-689.

Garzón, D. (2017). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Educación Matemática*, *29*(3), 131-160. https://doi.org/10.24844/em2903.05

Gutierrez, K.D (2008). Developing sociocritical literacy in the third space.

Hand, V. (2012). Seeing culture and power in mathematical learning: Toward a model of equitable instruction. *Educational Studies in Mathematics, 80*(1–2), 233–247.

Louie et al. (2021). Teacher noticing from a sociopolitical perspective: the FAIR framework for anti-deficit noticing

Llinares, S y Fernández, C. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: características de una agenda de investigación en Didáctica de la Matemática

Mercado, J. (2017). Broadening participation in mathematics: a study of secondary mathematics teachers and noticing for equity. Dissertation doctoral.

Reinholz, D & Shah, N. (2018). Equity Analytics: A Methodological Approach for Quantifying Participation Patterns in Mathematics Classroom Discourse. Journal for Research in Mathematics Education , 49 (2) pp. 140-177

Schack, E; Fishe, M. & Wilhem, J (Eds). (2027). *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives*, *Contexts, and Frameworks*. Springer link.

Valero, P. (2017). El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. Revista Colombiana de Educación, núm. 73, julio-diciembre, 2017, pp. 97-126

Van Es, E. (2021). Teacher Noticing: What is it and why does it matter for teaching?

Wager, A. A. (2014). Noticing children's participation: Insights into teacher positionality toward equitable mathematics pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(3), 312–350.

Formación de profesores en atención a la diversidad: enseñanza y aprendizaje de la geometría en estudiantes con discapacidad visual

Slendy Carolina Gutiérrez Reyes[1], *Elgar Gualdrón Pinto*[2], *Lina María Osorio Valdés*[3]
sgutierrez288@unab.edu.co, egualdron@unipamplona.edu.co, losorio3@unab.edu.co
Universidad Autónoma de Bucaramanga[1,3], *Universidad de Pamplona*[2], *Colombia*[1,2,3]

Resumen

La presente investigación se centra en evaluar la formación de los docentes en la enseñanza-aprendizaje de la geometría dirigida a estudiantes con discapacidad visual en los primeros grados de la educación básica secundaria. Este estudio se fundamenta en teorías pedagógicas como el constructivismo de Piaget (1970a, 1970b), la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau (1986) y el aprendizaje multisensorial. La investigación surge de la experiencia acumulada como estudiante y docente, identificando los retos que enfrentan los educadores al implementar estrategias que promuevan la comprensión de conceptos geométricos en contextos educativos inclusivos.

El enfoque adoptado es cualitativo de tipo descriptivo, utilizando la técnica de encuesta semiestructurada en línea para recopilar datos sobre las percepciones, habilidades y estrategias aplicadas por los docentes en su práctica pedagógica. La población estuvo conformada por 30 docentes de matemáticas del departamento de Santander, Colombia, quienes participaron voluntariamente en el estudio. Los datos recolectados fueron analizados a la luz de las teorías planteadas, lo que permitió evidenciar desafíos significativos en la educación inclusiva para la enseñanza de la geometría a estudiantes con discapacidad visual. Entre estos retos destacan la insuficiente preparación docente y el acceso limitado a recursos específicos para el proceso de enseñanza-aprendizaje (Ainscow, 2020; Florian & Beaton, 2022). Aunque los docentes reconocen la importancia de la educación inclusiva como un componente esencial, persiste una brecha entre su comprensión teórica y la aplicación práctica (Shulman & Wilson, 2022).

La investigación concluye que es imperativo realizar cambios estructurales en la formación inicial y continua de los docentes, orientados hacia un enfoque más práctico y centrado en la atención a la diversidad. Además, se subraya la necesidad de diseñar políticas educativas que promuevan programas formativos que integren conocimientos pedagógicos inclusivos y habilidades prácticas para crear entornos de aprendizaje accesibles y efectivos (O'Connor et al., 2021). Esta contribución busca fortalecer la educación inclusiva en el aula de geometría, garantizando una educación equitativa y de calidad para todos los estudiantes.

Palabras clave: Formación docente, discapacidad visual, diversidad.

Referencias

Ainscow, M. (2020). *Promoting inclusion in education: Lessons from international experiences*. Routledge.

Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-115.

Brousseau, G. (1998). *La didáctica, un problema de situaciones*. En J. P. D. G. (Ed.), *Les situations didactiques: L'énigme du rapport au savoir* (pp. 5-27).

Florian, L., & Beaton, M. (2022). *Inclusive pedagogy in action: Responding to diversity in classrooms*. Cambridge University Press.

O'Connor, M., Dyson, A., & Watson, D. (2021). *Beyond the classroom: Addressing diversity in educational practice*. Routledge.

Piaget, J. (1970a). *La psicología de la inteligencia*. Ediciones Morata.

Piaget, J. (1970b). *La epistemología genética*. Siglo XXI Editores.

Shulman, L. S., & Wilson, S. M. (2022). *Pedagogical content knowledge and the teaching of mathematics: Reflections and innovations*. Teachers College Press.

Tareas de aprendizaje y habilidades de visualización: comparación entre el volumen y la capacidad.

Catalina Molano Carranza, Osvaldo Jesús Rojas Velasco, Hildebrando Díaz Soler
cataebenezer@gmail.com, orojasv69@uan.edu.co, hildebrandodiaz@hotmail.com
Escuela Normal Superior María Auxiliadora, Universidad Antonio Nariño,

I.E. Gustavo Romero Hernández

Resumen

Esta investigación explora evidencias de aprendizaje y habilidades de visualización geométrica-métricas a partir de una tarea centrada en la estimación y comparación de capacidad y volumen con objetos cotidianos, aplicada a estudiantes de grado noveno en Suesca, Cundinamarca. Basada en un enfoque cualitativo, describe habilidades como comunicación, razonamiento y resolución de problemas. Los resultados destacan la utilidad de tareas prácticas para abordar confusiones sobre unidades de medida y proponen incluir actividades manipulativas para construir conceptos de volumen y reducir el uso mecánico de fórmula.

Palabras clave: Volumen, Capacidad, Habilidades de Visualización, Pensamiento Espacial y Pensamiento Métrico.

Fundamentación y descripción del problema

El aprendizaje de los conceptos de volumen y capacidad constituye un desafío significativo en la educación matemática básica y media, dado que estos conceptos son abstractos y requieren habilidades de visualización y razonamiento espacial. Investigaciones previas (Clements & Battista, 1992; Presmeg, 2006) subrayan que las estrategias que integran actividades prácticas y contextuales mejoran notablemente la comprensión conceptual de los estudiantes.

En este marco, se diseñó una tarea de aprendizaje centrada en la diferenciación entre volumen y capacidad, utilizando recipientes de uso cotidiano y promoviendo habilidades de visualización. Sin embargo, las pruebas Saber 9° revelaron carencias en los estudiantes en competencias como resolución, razonamiento y comunicación, lo que destaca la necesidad de intervenciones didácticas que fortalezcan estas habilidades. Por tanto, el problema se centra en:

¿Cómo las tareas de aprendizaje pueden fortalecer las habilidades de visualización y mejorar la comprensión del volumen y la capacidad en estudiantes de grado noveno?

Objetivo de la investigación

Fortalecer las habilidades de visualización de los estudiantes mediante tareas de aprendizaje centradas en el cálculo y comparación de volúmenes, contribuyendo así al desarrollo del pensamiento espacial y métrico.

Metodología de la investigación

Se adoptó un enfoque cualitativo con perspectiva fenomenológica interpretativa para explorar y analizar las experiencias de 24 estudiantes de grado noveno durante el desarrollo de tareas centradas en el volumen. El estudio se estructuró en dos etapas principales:

Reconocimiento del problema: Se identificaron las dificultades de los estudiantes en pruebas estandarizadas relacionadas con el cálculo y la comprensión de volúmenes.

Diseño e implementación de tareas: Los estudiantes trabajaron en equipos utilizando recipientes para estimar y comparar unidades de medida. Las respuestas se analizaron para identificar habilidades de comunicación, razonamiento y resolución.

Resultados finales

Los resultados evidencian que las tareas basadas en contextos prácticos y manipulativos son efectivas para fortalecer las habilidades de visualización. En particular:

- Los grupos con buen desempeño lograron identificar relaciones entre unidades de medida, justificar procedimientos y utilizar estrategias pertinentes para resolver problemas de volumen y capacidad.
- Otros grupos mostraron dificultades en la validación y cálculo preciso, destacando la necesidad de reforzar habilidades específicas.
- El uso de objetos familiares y situaciones reales facilitó la conexión entre conceptos abstractos y aplicaciones prácticas, mejorando la confianza de los estudiantes.

Referencias

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 420-464). Macmillan.

Del Olmo, M. A., Moreno, M. F., & Gil, F. (1993). Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: Síntesis.

Gómez, P., Mora, M. F., & Velasco, C. (2017). Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD 5. Universidad de los Andes.

Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education (pp. 205-235). Sense Publishers.

Perspectiva curricular y didáctica para el desarrollo de pensamiento métrico espacial en la formación de profesores de matemáticas

Jairo Escorcia Mercado
jairo.escorcia@unisucre.edu.co
Universidad de Sucre

Resumen

En la presente comunicación, se documentan los resultados de una tesis doctoral sobre el desarrollo del pensamiento métrico espacial en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas en Sucre, Colombia El interés científico de la investigación surgió por la detección de debilidades formativas en el futuro profesor de matemáticas. Fundamentado en descriptores de tipo prácticos, normativos y teóricos, se identificó el área problemática de un bajo nivel de desarrollo de pensamiento métrico espacial (PME). Entre tales descriptores se obtuvieron: énfasis en lo disciplinar más que en lo pedagógico, (Godino y Burgos, 2020), bajo nivel de conocimiento especializado del conocimiento matemático, (MEN, 2022b), énfasis en la

didáctica tradicional mecánica y repetitiva (Rodríguez et al. 2024), bajos niveles de desempeño Nivel N2 en las pruebas Saber PRO, desde 2016 a 2022 (MEN, 2022a).

Caracterizado el problema, se formuló como problema de investigación: ¿Cómo incide la ejecución de la propuesta curricular de formación en el desarrollo del PME y de los sistemas geométricos y de medidas, de los estudiantes de la LIMA en la Universidad de Sucre? El objetivo que se llevó a cabo fue analizar la incidencia de la ejecución de la propuesta curricular de formación en el desarrollo del PME y de los sistemas geométricos y de medidas, de los estudiantes de la LIMA. Se utilizó un diseño cualitativo, se elaboró un marco metodológico desde un enfoque fenomenológico y una aproximación hermenéutica (Camargo, 2021). Se procedió con un diseño de cuatro fases (preparatoria, diseño y trabajo de campo, analítica y publicación de resultados), desde un estudio de caso con una muestra intencional de 22 formadores. Se hizo análisis documental y se llevaron a cabo entrevistas semiestructuradas y grupos focales. La información obtenida se procesó por medio la técnica de análisis de contenido, con el programa ATLAS. ti versión 23.1, del año 2023.

Los resultados finales obtenidos evidencian que, hay baja incidencia de la ejecución de la propuesta de formación curricular en el desarrollo del PME de los futuros licenciados en matemáticas. A pesar de la marcada influencia del componente disciplinar, hay bajo desarrollo de PME. Esta tesis aporta como novedad la perspectiva curricular y la perspectiva didáctica para planificar e implementar el proceso de desarrollo del PME de un futuro profesor de matemáticas. Consistente, respectivamente, en procesos matemáticos organizadores del currículo, y en el logro de expectativas de aprendizaje a corto y a largo plazo.

Palabras clave: Desarrollo de Pensamiento matemático, futuros profesores, perspectiva curricular, perspectiva didáctica

Referencia

Camargo, L. (2021). Estrategias de investigación cualitativa en EducaciónMatemática.Universidad de Antioquia. http://hdl.handle.net/20.500.12209/17880

Godino, J. y Burgos, M. (2020). ¿Cómo enseñar las matemáticas y ciencias experimentales? Resolviendo el dilema entre transmisión e indagación. Paradigma, 41, 80-106.

Ministerio de Educación Nacional (2022a). Nota Orientadora: ¿Cómo formular e implementar los resultados de aprendizaje? MEN. https://www.mineducacion.gov.co/1780/articles-408425_recurso_5.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2022b). Nota Técnica: La formación docente en Colombia. Coalición latinoamericana para la excelencia docente. Universidad de los Andes y Universidad de la Sabana. https://www.mineducacion.gov.co/1780/articles-363488_recurso_18.pdf

Rodríguez, M., Pochulu, M., Fabián Espinoza, F. (2024). Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Volumen 2.

Ruiz, A., Niss, M., Artigue, M., Cao, Y. y Reston, E. (2023). A First Exploration to Understand Mathematics Curricula Implementation: Results, Limitations and Successes. Roskilde University.

TSG 3. Pensamiento matemático e historia de la matemática.

Simbiosis filosófica y matemática del concepto *infinito* en el siglo XVII

Andrés Felipe Moreno Sanabria
afmorenos@upn.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional

Resumen

Se presenta parte del desarrollo del trabajo de grado titulado *Simbiosis filosófica y matemática del concepto infinito en el siglo XVII* para optar al título de Licenciado en Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). La idea general del trabajo consiste en identificar posibles relaciones entre filosofía y matemáticas sobre el concepto de infinito en el siglo XVII. Se parte de una revisión documental en la que se identifican algunos filósofos de la época que abordan el concepto de infinito, algunos matemáticos que abordaron el infinito (como herramienta u objeto de estudio) y se reflexiona acerca de las posibles relaciones que emergieron en sus trabajos. Una conclusión inicial consiste en observar la existencia de diferentes nociones de infinito empleadas por matemáticos de la época y algunas influencias reciprocas entre tales ideas y propuestas filosóficas. Por último, se observa la pertinencia del trabajo en la formación de profesora de matemáticas.

Palabras clave: Filosofía, Heurísticas, Historia, Infinito, Matemáticas y Simbiosis.

Introducción

La propuesta de trabajo de grado surge como interés académico, profesional y personal del autor, también por curiosidad intelectual. De acuerdo con Babini (1967), Falk (2013), Bejarano y Páez (2022), podemos vislumbrar relaciones entre filosofía y matemáticas a lo largo de la historia. Particularmente, en relación con el concepto del infinito se observa que ha estado presente en el desarrollo de diferentes objetos matemáticos a lo largo de la historia, y se ha constituido en objeto de estudio, además, se identifica la influencia de la filosofía en su evolución. El objetivo general de nuestro trabajo es conocer y caracterizar relaciones entre los estudios de algunos filósofos y matemáticos sobre el concepto del infinito en el siglo XVII. Los objetivos específicos son: estudiar e identificar algunas corrientes filosóficas del siglo XVII que influenciaron el estudio y uso del concepto matemático de infinito; por otro lado, estudiar e identificar trabajos de matemáticos del siglo XVII que abordaron el concepto infinito, caracterizando concepciones y heurísticas asociadas.

Elementos teóricos o conceptuales

El marco teórico consta dos componentes. La primera consiste en una revisión desde el punto de vista de las matemáticas del concepto infinito, para ello recurrimos a algunos trabajos de: Eudoxo, Galileo, Cavalieri, Wallis, Leibniz, Euler, Fourier y Cantor, entre otros. La segunda consiste en una revisión de elementos teóricos de la filosofía que permiten establecer la existencia de relaciones entre filosofía y matemáticas, particularmente para la época mencionada, algunos referentes empleados son: Descartes, Hume, Leibniz, Locke, entro otros.

Descripción del trabajo realizado

Se presentan avances en relación con la construcción del marco teórico, que inicia del estudio de la historicidad del concepto del infinito partiendo desde la Grecia clásica y buscando relaciones entre filosofía y matemáticas. La idea incipiente del trabajo surgió de Andrés Felipe Moreno Sanabria, y fue presentada al profesor José Leonardo Ángel Bautista en la UPN.

Reflexiones finales

Por un lado, podemos observar que la filosofía y las matemáticas envuelven epistémicamente el origen, desarrollo y formalización de los objetos de estudio, en este caso el concepto del infinito. Por otro lado, podemos vislumbrar que la filosofía y las matemáticas intervienen en la construcción teórica de los eruditos, por ejemplo, en la teoría de los indivisibles de Cavalieri y en la teoría de las mónadas de Leibniz.

Referencias

Babini, J. (1967). Historia de las ideas modernas en matemáticas. Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico. Departamento de Asuntos Científicos. Secretaría General de la OAE.

Barceló, A. (2016). Temas centrales de la investigación filosófica. Instituto de investigación filosófica. Universidad Autónoma de México.

Bejarano, K., & Páez, E. (2022). Una revisión a los distintos usos del concepto de infinito a través de la historia. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

Calvente, S. y Manzo, S. (2022). El empirismo y el racionalismo modernos: definiciones, evaluaciones y alternativas. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Editorial de la Universidad Nacional de La Plata (EDULP).

Falk, M. (2013). Corrientes del Pensamiento Matemático del siglo XX, Segunda Parte: Estructuralismo. Universidad Antonio Nariño.

Tensiones epistémicas y cognitivas entre las matemáticas básicas escolares y las matemáticas universitarias

Gloria Inés Neira Sanabria
gneirasanabria@gmail.com, *gineiras@udistrital.edu.co*
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Resumen

Al pasar de la educación básica y media a la universitaria en matemáticas, evidenciamos múltiples tensiones entre el análisis, el cálculo, el álgebra abstracta, el álgebra escolar, la aritmética de los reales, racionales, enteros, naturales, entre lo discreto y lo continuo (y en la mitad, lo denso), entre lo finito y el infinito actual (y en la mitad, el infinito potencial). Hay aspectos en los que la notación del cálculo parece la misma del álgebra, pero no lo es, por

ejemplo, por el entendimiento del exponente (-1) como recíproco, no como inverso de la función, por el uso del apóstrofe para la derivada, por la manera de entender las igualdades que empiezan por "$y = \cdots$" como funciones, por la yuxtaposición de letras sin indicar multiplicación en los nombres de las funciones (como "lnx"). Documentaremos que se trata de un registro semiótico diferente para un sistema conceptual diferente.

Palabras clave: Matemáticas Básicas, Matemáticas Universitarias, notación, semiótica, representación,

Introducción

Curricularmente el modo en que ocurre la instrucción en la escolaridad institucional es dos cursos de algebra en 8º y 9º grado y un curso de cálculo en grado 11; se presenta el álgebra como un dominio, anterior al cálculo, y como pre-requisito para entrar a él posteriormente. En la universidad en primer semestre de ingeniería, el estudiante debe tomar un curso de cálculo diferencial para el cual es necesario, aunque no suficiente, un buen dominio del álgebra. Incluso hay universidades que han incluido un curso de Fundamentos de matemática o matemáticas básicas, repaso del algebra y de las funciones, para suplir los vacíos que puedan presentarse antes de entrar a un curso formal de cálculo. Interesa entender y describir la transición del algebra al cálculo en el sentido de lo que cambia, con respecto al álgebra, semántica, sintáctica, semióticamente para el estudiante una vez que entra al mundo del cálculo, tanto en grado 11 como en el primer semestre de universidad. Pero no solo cronológicamente, sino también en qué momentos, en qué temáticas, con cuáles situaciones se está presentando ya una irrupción de elementos constitutivos del cálculo.

Tensiones disciplinares

La principal operación binaria analítica es la composición de funciones, operación que no figura en el álgebra de bachillerato. Los elementos u objetos del análisis no son los números racionales y reales, sino las funciones reales de valor real. En noveno grado no se estudia la composición como: ¿x 2 ° x 3, y el resultado es x 5 ó x 6? Son pues muy diferentes de los objetos de la aritmética generalizada.

Respecto a la relación continuo-discreto (al interior de la aritmética, del álgebra y del cálculo), en la mitad hay una zona gris: lo denso, o la densidad. En lo discreto están los conjuntos finitos, los números naturales y los enteros; luego se llega a los racionales positivos Q+, que son densos, y de allí se llega a los racionales Q. Luego se trata de capturar el continuo (línea, región) a través de lo discreto y lo denso.

Generalmente se viene trabajando en el álgebra de bachillerato con ciertas funciones muy limitadas: la función cuadrado, la función cubo, las funciones lineales y las funciones afines o de gráfica lineal (que se confunden frecuentemente con las lineales). No se consideran las funciones constantes como funciones, sino como constantes. La función idéntica no se utiliza como función, tal vez "porque no hace nada". La x se considera como incógnita, como variable, o como indeterminada, pero no como función.

Con respecto a las funciones, Duval (1992) nos presenta las dificultades que tienen los estudiantes para pasar de un registro semiótico de representación a otro, y para articular los distintos registros de representaciones semióticas y reconocer en todo el mismo objeto matemático. Por ejemplo, se rechaza la función real constante de valor 4 si se presenta en la forma y = 4, porque lo que existe en el estudiante es una asociación de la función con su fórmula dependiente de x; o de función como variación, en cambio sí se presenta gráficamente por la asociación $recta = función$ se presentan menos errores.

En cuanto a los Números Reales, investigadores como Artigué (1995), muestran la tendencia de los estudiantes a asociar el número real con la aproximación que de él nos da la calculadora, y también han detectado situaciones arraigadas en los estudiantes de primeros semestres de universidad, como que entre 3,25 y 3,26 no hay ningún número, o que 3,138 es mayor que 3,4, o que (3,4)2 = 9,16; situaciones que muestran la complejidad de estos referentes. En Neira (2000, 2012), se plantea que, en el álgebra, para demostrar que dos expresiones son iguales, se razona por equivalencia: se transforma la escritura $a(x) = b(x)$ en una sucesión de escrituras $ai(x) = bi(x)$ hasta obtener dos expresiones idénticas. Lo mismo se hace en el tratamiento de las ecuaciones y de las inecuaciones. Mientras que, en el cálculo se hace un encaje con la proposición $\forall \varepsilon > 0, /a - b/ < \varepsilon$, Lo cual ha de llevar a comprender que para demostrar que en la vecindad de un punto a, $f(x) < g(x)$, no hay que resolver la inecuación, sino encontrar un intervalo de centro a donde tal desigualdad se pueda garantizar, mediante aproximaciones y estimaciones. Se pasa de razonamientos por equivalencias sucesivas a razonamientos por condiciones suficientes. Análogamente con el concepto de tangente en ambos mundos.

Reflexiones finales

El paso de las matemáticas de Secundaria a las matemáticas de la Universidad plantea un problema complejo. Como lo afirma Gascón (1997) entre otros investigadores, su esclarecimiento requerirá el desarrollo de la investigación didáctico-matemática y ésta necesitará la participación ineludible de toda la comunidad matemática.

La formación de profesores reflexivos en la disciplina matemática y en la epistemología de las matemáticas, sobre la naturaleza de los objetos de estudio de las diferentes especialidades es fundamental, la capacitación, actualización e innovación son necesarias pero no suficientes para cualificar cada vez más la práctica profesional docente: se requiere la vigilancia epistemológica de la que han hablado varios pensadores, volvernos maestros investigadores del hacer presente, cada clase, cada estudiante, lo cual a su vez requiere un cambio profundo de la estructura curricular de nuestro sistema educativo.

Citando a Brousseau referenciado en Gascón (1997), para ampliar y mejorar su tarea, los investigadores en matemáticas deberán interesarse por aquella parte de su actividad relativa a cómo las matemáticas se comprenden, se comunican y se prueban. Sólo asì, la didáctica de las matemáticas llegará a ser plenamente parte de las "matemáticas".

Referencias

Gascón, J. (1997). Cambios en el contrato didáctico. El paso de estudiar matemática en Secundaria a estudiar matemática en la Universidad. Suma, 26, 11-21.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognoscitivos y didácticos. "Ingeniería Didáctica en Educación Matemática", pp. 97-135. Grupo Editorial Iberoamérica. Bogotá. **1995**. Una Empresa Docente. Pedro Gómez, editor.

Duval, R. (1992). Gráficas y ecuaciones. Antología de la Educación Matemática (Trad. Parra, M., del original en francés: Graphiques et equations. L'Articulation de deux registres, 1988. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, p.p. 125-139). México: Cinvestav-IPN.

Neira, G. (2000). El paso del álgebra al cálculo: punto fundamental para lograr una comprensión significativa en matemáticas. Revista Ingeniería (Universidad Distrital Francisco José de Caldas), n. 1, 87 -92.

Neira, G. (2012). Del Algebra al Cálculo: ¿Transición o Ruptura? Notas para una reflexión epistemológica y didáctica. En (Universidad Distrital Francisco José de Caldas): Pensamiento, Epistemología y Lenguaje Matemático. Libros de los énfasis del Doctorado Interinstitucional en Educación., n. 2, pp. 13-42.

Fluxiones y Fluentes de Newton versus Sumas y Diferencias de ordenadas de Leibniz: miradas, encuentros y desencuentros

Gloria Inés Neira Sanabria
gneirasanabria@gmail.com, gineiras@udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Resumen

El concepto de límite es uno de los más complejos de las matemáticas que se enseñan en los cursos de las carreras universitarias. Son de esperarse los tropiezos de los estudiantes, dada las complicaciones que Newton y Leibniz no lograron sobrepasar, como lo muestra Neira (2018). Uno y otro procedían intuitivamente, del mismo modo habría que proceder inicialmente en los cursos de cálculo, en los que se emplean expresiones como "tenderá", "acercarse", y otras por el estilo que deberían desaparecer progresivamente del lenguaje del estudiante cuando este haya madurado bien el manejo del proceso. Históricamente, el retiro de tales expresiones ha sido forzado por la mejor comprensión del proceso. Cauchy respecto de Newton, o Weierstrass respecto de Newton y Cauchy; ciertamente el curso de cálculo no es un curso de historia, pero el profesor que conoce el concepto genéticamente está más preparado para el desarrollo de sus estudiantes en dicho aprendizaje, que el profesor que basa su enseñanza en el conocimiento refinado del cálculo y reduce su enseñanza al esquema: definición, teorema, demostración.

Se presentan algunos de los problemas del cálculo diferencial tratados por Newton: fluxiones, fluentes (cantidades que varían con respecto al tiempo), que actualmente equivalen a hallar la derivada y hallar la primitiva de una función dada. Y las ideas fundamentales que guiaron a Leibniz en su creación del cálculo diferencial; la construcción de una "Characteristica generalis", un incipiente cálculo infinitesimal de sumas y diferencias de ordenadas y el uso del "triángulo característico" en las trasformaciones de cuadraturas.

Palabras clave: Límite, Derivada, Newton, Leibniz, historia, cálculo

Desarrollo del tema: Se enuncian algunos de los problemas del cálculo diferencial tratados por Newton, tomados de sus manuscritos originales de Methods of Series and Fluxions tal como aparece en Neira (1998) en el que procede mediante problemas que clasifica en dos fundamentales, que actualmente equivalen a hallar la derivada y hallar la primitiva de una función dada.

Newton considera el tiempo como fluyendo o creciendo mediante flujo continuo y a otras cantidades como creciendo continuamente con el tiempo; llama fluxiones a las velocidades con las cuales se incrementan todas las otras cantidades. También de acuerdo con los momentos de tiempo da el nombre de momentos a las partes de cualesquiera otras cantidades generadas en momentos de tiempo. En síntesis, las fluentes o cantidades fluentes son cantidades que varían con respecto al tiempo, dicho de otra manera, a las cantidades que fluyen se les llama fluentes por oposición a las cantidades constantes. Llama fluxión a la velocidad de cambio con respecto al tiempo de las cantidades fluentes. La forma en que las fluentes varían con el tiempo es arbitraria; Newton usualmente hace la hipótesis de que una de las variables se mueve uniformemente, y lo que es importante no son las fluxiones en sí, sino sus razones.

Por otro lado, según Neira (1998) tres ideas fundamentales guiaron a Leibniz en su creación del cálculo diferencial; la primera era una idea filosófica, trataba de la construcción de una "Characteristica generalis", es decir, un lenguaje simbólico mediante el cual se pudieran escribir todos los procesos de argumentación y razonamiento, idea que explica su gran interés por las cuestiones de simbolismo y notación en matemáticas. La segunda idea a pesar de lo imprecisa que era hacia 1673, sugería ya un cálculo infinitesimal de sumas y diferencias de ordenadas mediante el cual podían ser determinadas cuadraturas y tangentes y en el que estas determinaciones aparecían como procesos inversos. La tercera idea principal fue la relativa al uso del “triángulo característico” en las trasformaciones de cuadraturas.

Resumiendo, para Leibniz la diferencial de una variable es la diferencia infinitamente pequeña entre dos valores sucesivos; dy es la diferencia infinitamente pequeña entre dos ordenadas sucesivas, mientas que dx es la diferencia infinitamente pequeña entre dos abscisas sucesivas, Una suma, lo que más tarde los Bernoulli llamarían una “integral”, tal como es la suma de los rectángulos infinitamente pequeños.

En cuanto al significado de los infinitesimales para Leibniz, (una cantidad que no es 0, pero es más pequeña que todo número real positivo), él reconoció que la existencia o no existencia de estos no es obstáculo para abreviar y hablar universalmente, los llamó “ficciones útiles” y era un poco precavido acerca de la existencia real de ellos. En cuanto a Newton, afirma que “por última razón de cantidades evanescentes (es decir, las que se aproximan a 0) se debe entender la razón de las cantidades, no antes ni después que ellas de desvanecen, sino con la cual ellas se desvanecen; utiliza los indivisibles o infinitesimales como un simple simbolismo o sistema conveniente para sus pruebas matemáticas.

Desde la invención paralela de las derivadas y las integrales por Newton y por Leibniz (sin precisar los aportes de Barrow), ya comenzaron dos enfoques muy diferentes del Cálculo infinitesimal, el enfoque de Newton y el de Leibniz. Desde la perspectiva actual, el enfoque de Newton parece más “analítico”, en el sentido de incluir los cambios en los valores de las variables como dependientes del tiempo, con la notación del punto sobre la x como símbolo de la fluxión de un fluyente en el tiempo (hoy diríamos “de los flujos como funciones del tiempo”, pero “función” es una terminología posterior). En cambio, el enfoque de Leibniz parece ser más geométrico, pues se preocupa por calcular las ecuaciones de las rectas tangentes a las gráficas y las áreas bajo las gráficas.

Referencias

Neira, G. (2018). Dificultades, conflictos y obstáculos en las prácticas educativas universitarias de iniciación al cálculo diferencial —PEUC— en estudiantes de ingeniería. Tesis Doctoral, DIE UD. Bogotá, Colombia

Neira, G. (2012). "Del Algebra al Cálculo: ¿Transición o Ruptura? Notas para una reflexión epistemológica y didáctica". En: Pensamiento, Epistemología y Lenguaje Matemático. Libros de los énfasis del Doctorado Interinstitucional en Educación. (Universidad Distrital Francisco José de Caldas), n. 2, 13-42.

Neira, G. (1998). El Analista de George Berkeley. Critica al cálculo de Newton y Leibniz. Bogotá. Ediciones FODUN.

Leibniz y Cantor: Doscientos años de diálogo

Fredy Enrique González
fredy.gonzalez@ufop.edu.br; fredygonzalezdem@gmail.com
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP (Ouro Preto; Minas Gerais, Brasil)
Universidad Pedagógica Experimental Libertador – UPEL (Maracay; Aragua, Venezuela)

Resumen

Esta comunicación es un recorte de una investigación relacionada con la presentación de las ideas centrales del Análisis Matemático a un grupo de profesores, matriculados en un programa de maestría en Educación Matemática. Así, comprendiendo que tanto Leibniz como Cantor se ocuparon de la noción del infinito, se considera importante examinar los vínculos entre dos grandes pensadores, articulados por las concepciones que ellos suscriben, en relación con el infinito, prestando atención a los sentidos y significados que esta noción asume, tanto en el pensamiento filosófico de Leibniz, que lo llevó a trabajar en el campo de las matemáticas, como en el trabajo matemático de Cantor, que lo llevó a conjeturar sobre dimensiones filosóficas de esa idea. Se trata de una investigación documental y bibliográfica, realizada bajo una perspectiva fenomenológica, basada en la consulta de fuentes entrecruzadas; aún cuando los resultados no son concluyentes, se han podido formular conjeturas plausibles; en primer lugar, se ha podido percibir que, a pesar de los doscientos años que separan su trabajo, la importante influencia del pensamiento leibniziano en la obra de Cantor; en segundo lugar, que su diálogo tuvo lugar, no sólo en relación con cuestiones matemáticas, sino también con ideas filosóficas y teológicas. Además, se ha observado que sus concepciones sobre el infinito son divergentes y sus trayectorias para llegar a la noción de infinito tenían sentidos opuestos; porque, en tanto Leibniz fue de la Filosofía a la Matemática, Cantor fue de la Matemáticas a la Filosofía. Incluso sus perspectivas teológicas, siendo similares, la creencia en Dios como un Absoluto omnipresente hacía que, para Leibniz, fuera inconcebible la idea de la Nada, entendida como ausencia del todo; de esta manera, en concordancia con sus creencias religiosas, no podía admitir la posibilidad del Infinito Actual, aunque estaba de acuerdo con la idea aristotélica del Infinito Potencial. Pero, por la lectura minuciosa de la obra de Leibniz que hizo Cantor, éste consiguió algunas inconsistencias respecto a ese punto, indicando que, aunque al principio Leibniz niega el Infinito Actual, implícitamente acaba aceptándolo. Finalmente, es necesario decir que mientras Leibniz se interesó por lo infinitamente pequeño, Cantor estaba apasionado por lo infinitamente grande

Palabras clave: Infinito Actual. Aritmetización del Análisis Matemático. Infinitesimal. Conjunto de Unicidad. Weierstrass

Referencias

Bolzano, Bernhard. (1991). *Las Paradojas del Infinito*. México, DF: Mathema (UNAM), 1991, f. 161.

Boyer, Carl. (1959). *History of Calculus*. New York: Dover.

Dauben, J. W. (1979). *Georg Cantor. His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Princeton University Press, New Jersey, [1979]. Chapter 1. Preludes in Analysis, pp 6-29. 09/01/2022

Dauben, J. W. (1971). The Trigonometric Background to Georg Cantor's Theory of Sets. *Archive for History of Exact Sciences*, 7(3), 181–216. http://www.jstor.org/stable/41133323

Leibniz, Gottfried Wilhelm. (2005). Letter to Bernoulli. In: *The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz. Translated and with an introduction by J. M. Child*. Mineola, New York: Dover Publications, , p. 11 ss).

Lacerda, Tessa Moura. (2016). LEIBNIZ: A INFINITUDE DIVINA E O INFINITO EM NÓS. *Cadernos Espinosanos*, São Paulo, Brasil, n. 34, p. 39–63,. DOI: 10.11606/issn.2447-9012.espinosa.2016.116945. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/espinosanos/article/view/116945. Acesso em: 15 set. 2024.

Martins, Ana Patrícia. A CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DOS NÚMEROS REAIS POR WEIERSTRASS. (2019). *Revista Matemática e Ciência: construção, conhecimento e criatividade.* v. 2 n. 1, 2019.

TSG 4. Educación matemática en el nivel universitario.

Teoría Clásica de los Test y Modelo Rasch: Enfoques para el análisis de una prueba diagnóstica en matemáticas

Liliana García Barco, Néstor Fernando Méndez Hincapié
lgarciab@unicolmayor.edu.co, nmendez@pedagogica.edu.co
Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, Universidad Pedagógica Nacional

Resumen

Los procesos de Acreditación de Alta Calidad de los programas académicos ofertados por las Instituciones de Educación Superior IES, en Colombia, deben evidenciar los *resultados de aprendizaje* de sus estudiantes en consonancia con el nivel de formación ofertado (Consejo Nacional de Educación Superior - CESU, 2020). En este sentido, los programas curriculares deben evaluar permanentemente el nivel alcanzado por sus estudiantes en los distintos campos del saber, que permitan a las directivas del programa realizar los ajustes al currículo y a los procesos de enseñanza aprendizaje (Consejo Nacional de Acreditación - CNA, 2022; García-Barco, et al, 2023). En este contexto, la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca (Bogotá-Colombia) aplica pruebas en diferentes disciplinas como: matemáticas, química y biología, entre otras, para evaluar y diagnosticar el nivel de conocimiento de sus estudiantes. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es construir una prueba diagnóstica en el área de matemáticas a estudiantes que ingresan por primera vez a la institución en torno a cuatros temáticas específicas: sistemas numéricos, funciones, razones y conjuntos. Se emplea un enfoque metodológico cuantitativo para realizar una investigación descriptiva y exploratoria. La prueba consta de 20 ítems de opción múltiple, cada uno con cuatro opciones de respuesta, de las cuales solo una es correcta, y cuyo análisis se realizó bajo la Teoría Clásica de los Test (TCT) y la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI). (Hartono et al, 2024; Sorenson y Hanson, 2021). Los resultados bajo la TCT muestran que la prueba tiene un índice de dificultad promedio de 0.45, un índice de correlación punto biserial promedio de 0.30, un índice de discriminación promedio de 0.40 y un

coeficiente alfa de Cronbach es de 0.637. Los supuestos de unidimensionalidad e independencia local se cumplen bajo la TRI. En el modelo Rasch el índice de dificultad se encuentra entre los valores -1.825 a 1.807. Los resultados obtenidos muestran que los estudiantes tienen mayor dificultad al relacionar los conceptos de función con problemas concretos.

Palabras clave: TCT, TRI, Modelo Rasch, Evaluación, Estudiante universitario.

Referencias

Consejo Nacional de Educación Superior, CESU (2020). Por el cual se actualiza el modelo de acreditación de alta calidad (Acuerdo 02 de 2020). https://www.mineducacion.gov.co/1780/articles-399567_recurso_1.pdf

Consejo Nacional de Acreditación CNA y Ministerio de Educación Nacional MEN (2022). Actualización de los aspectos por evaluar para la autoevaluación con fines de acreditación en alta calidad en programas académicos. https://www.cna.gov.co/1779/articles-412511_norma.pdf

García-Barco, L., Trujillo, D. & Rada, R. (2023). Técnicas y análisis para la elaboración de una prueba en el área de química general, dirigida a estudiantes que inician su ciclo universitario. En Pedagogía y educación Ciped-3 2023. Redipe. https://editorial.redipe.org/index.php/1/catalog/book/153

Hartono, W., Hadi, S., & Rosnawati, R. (2024). Optimizing Item Construction in Diagnostic Mathematics Test. TEM Journal, 13(2): 1106-1115. https://doi.org/10.18421/TEM132-25U

Sorenson, B. y Hanson, K (2021). Using Classical Test Theory and Rasch Modeling to Improve General Chemistry Exams on a Per Instructor Basics. J. Chem. Educ., 98, 1529−1538. https://doi.org/10.1021/acs.jchemed.1c00164

La Didáctica de las Matemáticas en la Formación de Profesores: Una Experiencia Universidad del Quindío

Eliécer Aldana Bermúdez, Heiller Gutiérrez Zuluaga, July Tatiana Gutiérrez Jiménez
eliecerab@uniquindio.edu.co, hgutierrez@uniquindio.edu.co,
jgutierrez@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío

Resumen

Esta comunicación declara la concepción que tiene un Grupo de Investigación sobre la Didáctica de las Matemáticas en la Formación inicial de Profesores de Matemáticas. El objetivo es presentar una experiencia curricular, para reflexionar sobre la manera cómo está orientada la Didáctica de las Matemáticas en el Programa de Licenciatura de la Universidad del Quindío (UQ). Por ende, las bases teóricas las constituyen los modelos que son pilares en la formación de profesores, en específico, los centrados en el Conocimiento Didáctico del Contenido del Profesor (Shulman, 1986), Conocimiento del profesor y Conocimiento Matemático para la enseñanza (Hill, Ball, y Schilling, 2008) y en Pino-Fan (2015). En virtud de esto, emerge un paradigma interpretativo ((Hernández, Fernández y Baptista. 2014), un enfoque cualitativo (Bisquerra (2009), y métodos de investigación, en especial, la investigación acción, la investigación en diseño y estudio de casos. Los resultados del estudio ponen de manifiesto que una didáctica de las matemáticas a temprana edad que articule la disciplina con el conocimiento didáctico del contenido y trascienda los niveles escolares de la infantil a la superior, garantiza un proceso de enseñanza asertivo y un aprendizaje consciente en la formación del profesor.

Palabras clave: Didáctica de las Matemáticas, Educación superior, Formación de Profesores.

Esta postura curricular centra su atención en la formación inicial y continuada de los profesores, debido a que los profesores que orientan los primeros niveles escolares son formados en áreas curriculares diferentes a las disciplinas específicas, lo cual dificultad el desarrollo de los conceptos, en este caso del pensamiento matemático de un escolar. Por tal razón, la experiencia UQ ha sido institucionalizada en el plan de estudios en el Núcleo de Formación en Didáctica de las Matemáticas y Práctica Profesional por niveles y sus respectivas Variables de Formación.

Las bondades de la investigación han permitido que los estudiantes durante su formación tengan la oportunidad de encontrar problemas susceptibles de investigación para sus trabajos de grado, lo cual, ha generado una articulación entre la docencia la investigación y a la extensión. Así mismo, identificarse con un nivel escolar en su desempeño ocupacional a futuro. Además, convertirse en asesores de otros profesionales que en educación inicial no tiene las bases de las matemáticas para generar con seguridad la organización de una enseñanza idónea. Por ende, adquieren una experiencia en su formación de manera horizontal y vertical que los empodera para ejercer con competencia el compromiso con las generaciones presentes y futuras de cara una educación matemática incluyente con transformación y alcance social.

Referencias

Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa* (Segunda ed.). Madrid: La Muralla, S.A.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, L. (2014). Metodología de la investigación. (S. A. D. C. V. E. McGRAW-Hill./interamericana editores, Ed.) (Sexta edic). México.

Hill, H., Ball, D., y Schilling, S. (2008). *Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students*. Journal for Research in Mathematics Education, Universidad de Michigan.

Pino-Fan, L. R., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Paradigma, 36(1), 87-109.

Shulman, L. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher*. Universidad de Stanford, California, EE. UU.

Explorando el aprendizaje del precálculo desde la resolución de problemas en profesores de matemáticas en formación

Luis Fernando Mariño, Rosa Virginia Hernández
fernandoml@ufps.edu.co, rosavirginia@ufps.edu.co
Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia), Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia)

Resumen

Epistemológica e históricamente el cálculo puede fundamentarse e interpretarse desde dos enfoques. Desde los infinitesimales, a partir de la intuición geométrica y física utilizando conceptos de derivadas e integrales orientado al estudio de áreas y cambios. Desde lo formal, es más riguroso y abstracto, basado en una construcción axiomática y algebraica orientada hacia el estudio y consistencia de las definiciones y teoremas desde el concepto de límite.

Desde la educación matemática, tradicionalmente los profesores universitarios tienden a presentar el cálculo como un cuerpo pulido y acabado de conocimientos reconocidos por una comunidad matemática (Dreyfus, 2002) o como procedimientos algorítmicos, generalmente ajenos a quien aprende. Desaprovechando la resolución de problemas como una fuente y estrategia que posibilite al estudiante transitar con éxito de la matemática procedimental realizada en la escuela a cursos universitarios de cálculo.

Investigadores clásicos y contemporáneos como Polya (1945), Mason y otros (2010), Mayer (2010), Schoenfeld (2016), Mariño y Hernández (2021) han hecho aportes significativos en cuanto a estrategias para resolver problemas, que también se desaprovecha. La investigación

desde un enfoque cualitativo tuvo como propósito responder al objetivo de caracterizar las formas como resolvieron problemas que involucraban el concepto de funciones de variable real un grupo de estudiantes que inician su formación para ser profesores de matemática.

Metodología.

La investigación se realizó con un enfoque cualitativo desde un estudio de caso (Gerring, 2004, Krippendorff, 2018). Cualitativo debido a que la intención fue la de caracterizar la forma como resolvieron problemas un grupo de 37 estudiantes que tomaron un curso de precálculo durante el primer semestre del año 2024 en la Universidad Francisco de Paula Santander (el caso). Como instrumentos para recolectar la información se diseñaron seis secuencias de enseñanza. Mientras que el análisis de contenido (Prior, 2018), se utilizó como técnica para analizar los datos.

Resultados y Conclusiones.

El análisis de datos posibilitó caracterizar las manifestaciones escritas de los participantes como un proceso de: particularizar, relacionar, conjeturar, matematizar, verificar y reflexionar. Los resultados son consecuentes y están inmersos en las caracterizaciones realizadas por autores reconocidos como Polya (1945, 1981), Mayer (2010) y Schoenfeld (2016). El trabajo evidencia también el interés que despierta en el estudiante iniciar las actividades de clase con problemas relacionados con situaciones de la vida real para desarrollar contenidos, en contraste con la metodología tradicional. También son evidentes grandes dificultades de los participantes al momento de buscar y elaborar relaciones entre los elementos del problema que los conduzcan a buscar expresiones matemáticas que representen el problema y las formas de solución para responder la pregunta.

Referencias

Dreyfus, T. (2002). Advanced mathematical thinking processes. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (Vol. 11, págs. 25-41). Dordrecht: Springer.

Gerring, J. (2004). What is a case study and what is it good for? *American political science review*, *98*(2), 341-354.

Krippendorff, K. (2018). *Content analysis: An introduction to its methodology*. Sage publications.

Mariño, L., & Hernández , R. (2021). Caracterizando la resolución de problemas desde la variación y el cambio en dominios discretos y la teoría fundamentada. *bol.redipe, 10*(7), 113-131. https://doi.org/https://doi.org/10.36260/rbr.v10i7.1353

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2 ed.). Harlow, UK: Pearson Education Limited.

Mayer, R. (2010). Problem Solving and Reasoning. *International Encyclopedia of Education*, 273-278. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-044894-7.00487-5

Polya, G. (1945). *How To Solve It.* Princeton: Princeton University Press.

Prior, L. (2018). Content analysis. En P. Leavy (Ed.), *The Oxford handbook of qualitative research* (2 ed., págs. 541-568). Oxford University Press.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, *196*(2), 1- 38.

El Conocimiento Didáctico del Contenido, un constructo conceptual relevante en la enseñanza de las Ciencias Básicas

Marcos Campos Nava, Agustín Alfredo Torres Rodríguez

mcampos@uaeh.edu.mx, *agustin.tr@atitalaquia.tecnm.mx*

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Instituto Tecnológico de Atitalaquia.

Resumen

En esta contribución, se describen las características que han posicionado al constructo conceptual denominado Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) como una poderosa herramienta teórico-metodológica que permite identificar la naturaleza de los conocimientos base para la enseñanza de las ciencias básicas. Algunas de las bases teóricas sobre las cuales se ha ido sustentando paulatinamente el constructo del CDC, se han desarrollado para entender su naturaleza y propósito. En este sentido, tres de los ejes de análisis que han conformado este sustento son los siguientes: la formación y profesionalización del docente, los conocimientos del profesor que enseña ciencias y el paradigma del docente como profesional reflexivo (Agüero et al., 2022).

El origen del concepto se remonta a los trabajos de Shulman (1986) sobre los conocimientos que debiera desarrollar y/o adquirir un profesor de matemáticas y ciencias, para poder desempeñar su labor adecuadamente. La idea inicial de Shulman lo describía como "una amalgama especial de conocimiento y pedagogía, que únicamente pueden aportar los profesores, por su manera especial y profesional de entender la enseñanza" (p. 8). La relevancia que ha ido adquiriendo este constructo conceptual, se pone de relieve por la cantidad creciente de investigaciones y publicaciones relacionadas desde la década de los noventa hasta fechas más recientes (Verdugo et al, 2017).

El objetivo de esta investigación consistió en realizar una revisión de sus orígenes, así como de las diferentes aproximaciones teóricas y conceptuales que fueron robusteciendo su definición, para posteriormente realizar un análisis de los componentes o elementos en los que ha sido desglosado dicho constructo, además considerando que del análisis de sus componentes, se desprendieron numerosos estudios para el desarrollo de metodologías para medirlo

(aproximarlo). A este respecto, hay que observar que su determinación o cualificación es un tanto compleja, dada su naturaleza implícita y subjetiva.

Para desarrollar esta investigación, se consideró realizar una revisión de la literatura existente sobre el tema, empleando 2 criterios principales de clasificación: por un lado trabajos que desarrollaron aportes teóricos para su definición conceptual, y en un segundo caso investigaciones que abordaron esquemas metodológicos para medirlo o cuantificarlo.

Adicionalmente, otras investigaciones han dado cuenta de la idoneidad del estudio del CDC para los procesos de planificación de la enseñanza en disciplinas de las ciencias básicas, tales como física, química o matemáticas; además del diseño y análisis de los procesos de formación del profesorado de ciencias (Campos y Ramírez, 2019).

Como resultado inicial se obtuvo una primera identificación y clasificación de las dimensiones principales de su definición conceptual, de los cuales se consideraron cinco: concepciones y conocimientos sobre la enseñanza, concepciones y conceptos sobre el aprendizaje, conocimientos sobre el currículo, conocimientos sobre las estrategias de instrucción y conocimientos sobre los procesos evaluativos. Se realizó una clasificación más detallada de cada una de estas dimensiones, así a manera de ejemplo, en la dimensión denominada conocimientos sobre la enseñanza, se identificaron elementos tales como: propuestas de tramas o secuencias didácticas, principios de la enseñanza, roles del profesor en el aula, fortalezas y debilidades del docente, entre otras.

Como segundo resultado, se caracterizaron y clasificaron varias investigaciones cuyo propósito consistió en lograr “medir” o cuantificar del constructo del CDC, no obstante ser de una naturaleza compleja y subjetiva, como se había mencionado. Es decir, al tratarse de un constructo “complejo, tácito, esto es, que se puede inferir, pero no percibir de manera formal”

(Verdugo et al., 2017), lo que hace compleja su determinación o cuantificación. Pese a estas dificultades, se han desarrollado diferentes aproximaciones a su determinación cuantitativa, empleando para ello diversas metodologías tales como cuestionarios cuantitativos o cualitativos, entrevistas a profesores y estudiantes, así como grabación de sesiones de la práctica docente.

Algunas conclusiones de esta investigación son en referencia a la incidencia del CDC sobre la profesionalización de los docentes de matemáticas y ciencias, dónde se identificaron algunos elementos importantes: proporciona un marco de referencia para la reflexión sobre la práctica docente, puede formar parte central en los procesos de formación y actualización docentes, se puede emplear como una guía para el diseño de tareas de instrucción en el aula de clase, y en general puede servir como punto de partida o eje articulador en programas de formación de profesores de ciencias.

Palabras clave: CDC, conocimiento, ciencias básicas

Referencias

Agüero, M., Martínez, S. I. y Mansilla, M. P. (2022). Formación y profesionalización docente en la educación media superior en México: revisión crítica y narrativa de la literatura científica. *Revista Electrónica en Educación y Pedagogía*, 6(10), 228-248. https://doi.org/10.15658/rev. electron.educ.pedagog22.04061015.

Campos, M. y Ramírez, H. (2019). Diseño de un instrumento para caracterizar el Conocimiento Didáctico del Contenido en profesores de Física sobre un Tópico específico. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 14(2), 340-359. http://doi.org/10.14483/23464712.13900.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Verdugo, J. J., Solaz, J. J. y Sam José, V. (2017). El Conocimiento Didáctico del Contenido en Ciencias: estado de la cuestión. *Cadernos de Pesquisa*, 47(164), 586-611. https://doi. org/10.1590/198053143915.

Modelo pedagógico para la formación inicial de maestros en la enseñanza de la matemática

Rubén Esteban Escobar Sánchez, Rafael Julio Sánchez Lamoneda, Mabel Alicia Rodríguez
rescobar52@uan.edu.co, *lamonedar@uan.edu.co*, *mrodri@campus.ungs.edu.ar*
Universidad Antonio Nariño (Colombia), Universidad Nacional de General Sarmiento (Argentina),

Resumen

En esta ponencia, presentamos el diseño y la validación de un modelo pedagógico (MP) dirigido a la formación inicial de maestros, con el objetivo de promover el desarrollo de los diversos tipos de conocimientos requeridos para la enseñanza de la matemática. Este modelo es el resultado de una investigación cualitativa enmarcada en el paradigma de la investigación de diseño. Además de exponer los referentes teóricos que sustentan el modelo, se detallará el proceso de validación teórica y empírica. La validación empírica se llevó a cabo mediante la implementación de una secuencia de actividades basada en el modelo, aplicada a un grupo de 20 futuros maestros en Colombia. Durante la presentación, se discutirán los aspectos clave del diseño, los hallazgos de la primera validación empírica, y las evidencias que demuestran la solidez del modelo. Asimismo, se explorarán las proyecciones y desafíos que este enfoque plantea para el fortalecimiento de la formación inicial docente en matemática.

En América Latina, informes de organismos como la UNESCO y el Banco de Desarrollo de América Latina y Caribe (CAF, 2018) señalan una crisis de aprendizaje que limita el desarrollo de competencias matemáticas fundamentales. En Colombia, los resultados de las pruebas PISA 2022 confirman esta problemática, destacando la necesidad de replantear la formación inicial de maestros. Nuestro trabajo presenta un modelo pedagógico innovador diseñado para fortalecer el conocimiento especializado en matemáticas de futuros maestros (FM). Este modelo, implementado en 2024 en la Escuela Normal Superior Distrital María Montessori en Bogotá, responde a las demandas educativas del siglo XXI mediante un enfoque transformador y contextualizado, apoyado en investigaciones recientes en Educación Matemática (EM).

El modelo pedagógico (MP) se fundamenta en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo et al., 2013), el modelo de planos de formación docente (Rodríguez et al., 2019) y un enfoque inductivo que permitió su diseño y validación. La validación teórica involucró a cuatro especialistas en EM, quienes enriquecieron la propuesta, mientras que la validación empírica se realizó en la asignatura Formación de Conceptos Matemáticos I, con 20 estudiantes en Bogotá. El MP consta de tres fases: diagnóstica, preparatoria e inmersiva, permitiendo al formador conocer a su grupo, vivenciar actividades desde distintas perspectivas didácticas y promover la construcción de conocimiento especializado mediante tipologías de actividades que sitúan al FM en momentos clave de su rol docente.

La implementación del MP en un contexto real permitió diseñar una secuencia de actividades basadas en el pensamiento variacional, un eje central en la educación matemática inicial, considerando enfoques como STEAM[1] y resolución de problemas. Los resultados preliminares indican que los futuros maestros asumieron su rol con alta responsabilidad, reflexionaron sobre su práctica y adquirieron conocimientos fundamentales para enseñar matemáticas. Este modelo destaca por su flexibilidad y adaptabilidad, lo que lo convierte en una

[1] sigla que representa, en inglés, ciencia, tecnología, ingeniería, arte y matemáticas

herramienta poderosa para diversas localidades. La ponencia profundizará en las bases del modelo, su validación y el impacto observado, destacando la relevancia de seguir ampliando su aplicación a otros contextos.

Palabras clave: Modelo pedagógico, formación inicial de maestros, conocimiento especializado del maestro de matemática, enseñanza de la matemática, modelo de planos.

Referencias

CAF. (2018). *Agenda Educativa 2018-2022*. Caracas: CAF.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., & Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M. A. Mariotti (Eds.). *Proceedings of the CERME 8,* 2985-2994. Middle East Technical University, Ankara, Turquía: ERME. http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/Wg17_Climent.pdf

Cevikbas, M., König, J., & Rothland, M. (2024). Empirical research on teacher competence in mathematics lesson planning: recent developments. *ZDM - Mathematics Education Research Journal*, 56, 101-113.

Loya Chávez, H. (2008). Los modelos pedagógicos en la formación de profesores. *Revista Iberoamericana de Educación, 46*(3), 1-8.

Masingila, J. O., & Olanoff, D. (2022). Who teaches mathematics content courses for prospective elementary teachers in the USA? Results of a second national survey. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *25*(4), 385-401.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 29*(1), 75-88.

Panero, M., Castelli, L., Di Martino, P., & Sbaragli, S. (2023). Preservice primary school teachers' attitudes towards mathematics: A longitudinal study. *ZDM - Mathematics Education Research Journal*, 55, 447 - 460.

Pino-Fan, L., Castro, W., & Font Moll, V. (2022). A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *21*(5), 1407 - 1432.

Polya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.

Rodríguez, M. A., Pochulu, M. D., & Fierro, M. E. (2019). Modelo de planos de formación docente para abordar distintos roles del profesor de matemática. *Revista Electrónica de Divulgación de Metodologías emergentes en el desarrollo de las STEM*. *1*(1), 84-103. https://www.revistas.unp.edu.ar/index.php/rediunp/article/view/95

Caracterización del pensamiento espacial en estudiantes de ingeniería mecánica y arquitectura de la universidad Antonio Nariño

Fabian Arevalo Gordillo, Dr. Osvaldo Jesús Rojas, Dr. Oscar Fernando Manrique Flores
fabarevalo@uan.edu.co, orojasv69@uan.edu.co, oscarmanrique@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Arrieta (2003) menciona que el pensamiento espacial es un tipo de pensamiento que ha tomado interés desde 1950, donde muchas investigaciones a partir de la psicología y la educación matemática le han dado gran importancia en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Además, El pensamiento espacial ha sido abordado en múltiples congresos internacionales y en distintas investigaciones de educación matemática, ingeniería y arquitectura.

En el análisis del estado del arte se ha encontrado algunos conceptos o definiciones que abordan muchas de las distintas investigaciones sobre este tipo de pensamiento en el mundo;

donde se usan conceptos como: pensamiento espacial, razonamiento espacial, habilidades espaciales, visualización espacial y un sin número de definiciones que no concretizan o jerarquizan de forma clara su organización dentro del pensamiento espacial y que muestran que no hay una sólida comprensión de este tipo de pensamiento en la educación matemática.

Lo anterior, conlleva a la pregunta problema ¿cómo caracterizar el pensamiento espacial en el contexto de problemas retadores en los estudiantes de ingeniería mecánica y arquitectura?, donde el objetivo general es avanzar en la caracterización del pensamiento espacial en el contexto de la resolución de problemas en los estudiantes de ingeniería mecánica y arquitectura de la universidad Antonio Nariño.

Metodología (Discusión de la experiencia)

En la presente investigación se aborda un diseño de investigación cualitativa, bajo un de investigación acción participativa, esto se asume, porque dentro de la aplicación de las actividades se emplea las comunidades de práctica, lo cual permite que los estudiantes junto al profesor sean participes en la construcción de su propio pensamiento matemático, el cual es desarrollado por el pensamiento espacial.

En base a lo anterior se elabora un conjunto de actividades en ingeniería y arquitectura que permiten determinar aquellos rasgos característicos del pensamiento espacial, que se involucran en el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo integral y la geometría descriptiva.

Resultados

Dentro del conjunto de actividades que se crearon y aplicaron en ingeniería y arquitectura se resalta una actividad aplicada en ingeniería mecánica sobre secciones transversales en calculo integral y arquitectura sobre planos y áreas, obteniendo como reflexión final que la orientación espacial se usa en ambas carreras desde diferentes puntos de vista, donde los estudiantes de arquitectura desarrollan más esta habilidad ya que la usan en el desarrollo de planos y el cambio de perspectiva, algo muy distinto en ingeniería mecánica donde usan esta habilidad de forma mínima en la comprensión de piezas mecánicas en el interior.

Por otro lado, la rotación espacial es una habilidad muy desarrollada en las dos carreras desde distintos puntos, por un lado, se usa la rotación en ingeniería mecánica para la rotación de las caras de las piezas en distintos ángulos (rotación holística) para comprender como se forman estas y en arquitectura se aborda forma de simple (rotación analítica) donde se emplea una rotación exterior.

Palabras clave: Habilidades espaciales, resolución de problemas, educación STEM, matemática realista, pensamiento espacial.

Referencias

Araujo, S. (2020). Desarrollo del pensamiento métrico espacial a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo. Revista ESPACIOS. ISSN, 798, 1015.p. 172.

Arrieta, M. (2003). Capacidad espacial y educación matemática: Tres problemas para el future de la investigación. Educación matemática, 13(3), 57-76.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education: China Lectures. Dordrecht: Kluwer.

Polya, G. (1945). How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton University Press.

Uttal, D., Miller, I., & Newcombe, S. (2013). Exploring and Enhancing Spatial Thinking: Links to Achievement in Science, Technology, Engineering, and Mathematics? Current Directions in Psychological Science, 22 (5), 367–373. p. 367.

Wenger, E. (1998). Communities of Practice: Learning, meaning, and identity. The Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, Reino Unido.

Yakimanskaya, I. (1991). The Development of spatial thinking in schoolchildren. Reston, Virginia: National Council of Mathematics. P.21.

Desarrollo de habilidades de razonamiento matemático y argumentación. Un estudio a partir de actividades relativas a las ecuaciones diofánticas

Irma Joachin Arizmendi, Edgardo Locia Espinoza, Armando Morales Carballo
10216453@uagro.mx,edgardo.locia@gmail.com , armandomorales@uagro.mx
Universidad Autónoma de Guerrero, México

Resumen

Esta investigación tiene por objetivo contribuir en el desarrollo del razonamiento matemático y argumentación en estudiantes de nuevo ingreso a una Licenciatura en Matemáticas por medio de actividades relativas a las ecuaciones diofánticas lineales de dos variables. Los referentes teóricos que sustentan la investigación son estudios sobre el razonamiento matemático y el modelo conceptual de razonamiento matemático. En este caso, se presenta el resultado de una tarea inicial propuesta, se puede observar que los estudiantes manifiestas diversas formas de dar solución a una ecuación diofántica lineal de dos variables.

Palabras clave: razonamiento matemático, argumentación, ecuaciones diofánticas

El razonamiento y la argumentación son temas que despiertan un gran interés dentro de la comunidad científica (García de Cajén et al., 2022), ya que ambos contribuyen significativamente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, lograr desarrollar estas competencias o habilidades resulta un reto difícil para los profesores y alumnos. De acuerdo con Cortés-Tunjano y Toro-Uribe (2024) es necesario llevar a cabo investigaciones dirigidas al fortalecimiento de diversos procesos en los estudiantes, tales como la comunicación, el razonamiento y la argumentación.

El objetivo de esta investigación es diseñar e implementar un sistema de actividades para el desarrollo de habilidades de razonamiento matemático y la argumentación de estudiantes de primer semestre de la universidad a partir de actividades relativas a las ecuaciones diofánticas.

Los conceptos fundamentales en este estudio son: el razonamiento matemático, la argumentación y el Modelos Conceptual de Razonamiento Matemático (MCRM) propuesto por Jeannotte y Kieran (2017).

En el marco de esta investigación, asumimos que el razonamiento matemático es un proceso o actividad de pensamiento lógico e intelectual utilizado por cada individuo para crear nuevas ideas (Balacheff, 1987). Su objetivo es descubrir nuevo conocimiento a través del examen de lo que ya se sabe (Arsac, 1996). Los tipos de razonamiento que contribuyen en el proceso de descubrimiento matemático en el aula son el abductivo, inductivo y deductivo. El razonamiento abductivo y el razonamiento inductivo nos permiten generar conjeturas de carácter universal o general, pero sólo el razonamiento deductivo permite validarlas. Existen tres reglas de gran importancia para el razonamiento matemático: 1) una afirmación o bien es verdadera o falsa, pero no ambas, 2) un número “grande de casos” no demuestran la validez de una afirmación de carácter general y 3) un solo contraejemplo es suficiente para refutar una afirmación.

La argumentación es parte consustancial del razonamiento matemático en los que se utiliza para justificar procedimientos, para desarrollar juicios o inferencias en las demostraciones matemáticas; en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática estos procesos juegan un papel fundamental. Por ello, para fines de este estudio, entendemos la argumentación como el medio por el cual son exteriorizados los razonamientos de cada individuo.

El MCRM propuesto por Jeannotte y Kieran (2017), se conforma por dos aspectos: el estructural (relativo a las formas de razonamiento: deductivo, inductivo, abductivo y analógico) y el procesal (concerniente a los procesos relacionados con el razonamiento matemático: generalizar, conjeturar, identificar un patrón, comparar, clasificar, ejemplificar, justificar, probar y demostrar.

La metodología es de corte cualitativa, descriptiva e interpretativa. Los participantes fueron estudiantes de 18 a 19 años inscritos en primer año de licenciatura de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero en Chilpancingo de los Bravo. La mayoría de los estudiantes provienen de comunidades rurales con una situación económica precaria, carencias en servicios públicos y limitaciones en su formación académica.

Para fines de este escrito se presenta la *Tarea Inicial* (*TI*) que consistió en encontrar los números enteros que satisfacen la ecuación $3x + 2y = 1$.

Los datos fueron recolectados a través de hojas de trabajo, audio y videograbaciones. El análisis de los datos fue realizado sobre las producciones y transcripciones de audio y video. Además, empleamos el Modelo Analítico presentado por Powell et al. (2003), para analizar las videograbaciones. También, se utilizó el MCRM para el análisis de los datos.

Como resultados preliminares se observó que hubo diferentes propuestas para la resolución de la *TI*. Una de las propuestas fue comenzar a dar valores para x y y (al tanteo) de tal forma que se cumpliera la igualdad. Otra respuesta consistió en despejar y y posteriormente probar con números para x, realizar operaciones correspondientes e ir observando si el resultado era un número entero. Los estudiantes identificaron que al ir asignado valores tanto para x como para y, aumentaba o disminuía según el caso de cada variable. En esta etapa, mediante estas estrategias elementales, los estudiantes llegaron a la conclusión de que las soluciones de esta ecuación estaban dadas por las fórmulas $x = 2n + 1$ y $y = -3n - 1$.

Como parte de nuestras reflexiones señalamos que los estudiantes utilizaron una variedad de estrategias para resolver la ecuación diofántica lineal de dos incógnitas, desde ensayo y error hasta métodos gráficos. Esto refleja que los procesos de razonamiento no son uniformes, y cada estudiante puede abordar los problemas desde diferentes perspectivas, lo que es una evidencia de que el razonamiento se manifiesta de múltiples maneras.

Referencias

Arsac, G. (1996). Un cadre d'étude du raisonnement mathématique. In D. Grenier (Ed.), *Séminaire didactique et technologies cognitives en mathématiques*. IMAG.

Balacheff, N. (1987). Processus de preuves et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, *18*(2), 147-176.

Cortés-Tunjano, L. O., y Toro-Uribe, J. A. (2024). Álgebra y argumentación: desafíos para la investigación en educación matemática. *Pedagogía y Saberes*, (60), 192-206.

García de Cajén, S., García-Rodeja, E., y Domínguez, J. M. (2002). Razonamiento y argumentación en ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, *20*(2), 217–228.

Jeannotte, D., y Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *96*, 1-16. doi:10.1007/s10649-017-9761-8

Powell, A. B., Francisco, J. M., y Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The journal of mathematical behavior*, *22*(4), 405-435.

Integral de Cauchy vs integral de Riemann en cursos de cálculo universitario: una perspectiva histórica

Andrés Chaves Beltrán
ancbel@udenar.edu.co
Universidad de Nariño

Resumen

Un problema en la práctica de la enseñanza de las matemáticas es el énfasis en la acumulación de técnicas y proceso de cálculo, dejando en segundo plano los aspectos conceptuales o la búsqueda de sentido que pueden llegar a tener los objetos matemáticos.

Generalmente en los cursos de cálculo, a nivel universitario, se trabaja la integración enfatizando en procesos algorítmicos que permiten solucionar ciertas integrales, sin la posibilidad de conocer las razones de dichos procesos de construcción de la teoría. Ciertamente, la mayoría de estudiantes conocen distintos métodos de integración, e incluso pueden aplicarlos con cierta habilidad (sustitución, integración por partes, métodos para funciones racionales, métodos para funciones trigonométricas, entre otros), sin embargo, el énfasis excesivo en estos métodos hace que en segundo plano queden la relación de la integral definida con motivaciones de este concepto como lo es al área bajo una curva, o la longitud de arco, o incluso el por qué se concibe que el área de una línea es cero o funciones que no se dejan integrar bajo los métodos expuestos.

Así, en esta charla, se busca entender una base del concepto de integral definida en una variable real, realizando en primera instancia, una contextualización histórico epistemológica de la integral para funciones continuas tal como la concibió el matemático francés Agustin Louis Cauchy en la tercera década del Siglo XIX, luego se conecta con las motivaciones que tuvo el matemático alemán Bernard Riemann para proponer, en la década de 1850, una nueva concepción de integral definida que será concebible para todas las funciones continuas y para

algunas funciones discontinuas. También se presentará unas ideas superficiales de la concepción de integral propuesta a inicios del Siglo XX por el matemático francés Henri Lebesgue, la cual acoge más funciones que las propuestas de Cauchy y de Riemann. Luego de eso, se presentan algunos ejemplos de cómo extender la integral de Cauchy a algunos tipos de funciones f: [0,1] → R, de la siguiente manera:

Una función con discontinuidad en el extremo izquierdo, una función con discontinuidad en el extremo derecho, una función con discontinuidad en un punto intermedio del intervalo [0,1], una función con finitas discontinuidades en el intervalo [0,1], una función con discontinuidades en todos los puntos del conjunto {1, 1/2, 1/3, 1/4, . . .}.

Finalmente y para completar la propuesta de recorrido histórico de la integral se presentará:

-Una función que no es integrable en el sentido de Cauchy ni en el sentido de Riemann integrable pero si es Lebesgue integrable.

- Una función que es Riemman integrable pero que no es Cauchy integrable, que será la más elaborada de las que se presenten en esta ponencia.

- Una función que no es ni Cauchy integrable, ni Riemann integrable ni Lebesgue integrable.

Esto último permitirá conectar con algunas preguntas tales como:

- ¿Qué tan pertinente es abordar la integral de Cauchy, en lugar de la de Riemann en los cursos de cálculo?
- ¿Por qué ha trascendido históricamente más la integral de Riemann que la de Cauchy?

Palabras clave: integral de Cauchy, integral de Riemann, funciones discontinuas.

Referencias

Cauchy, A. L. (1994). *Cours d' analyse de l'École Royale Polytechnique*, Imprimérie Royale, Paris. Traducción al español; *Curso de Análisis*, Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM, México.

Grattan - Guinness, I. (1984). *Del Cálculo a la Teoría de Conjuntos, 1630 - 1910. Una Introducción Histórica*. Alianza editorial. Madrid.

Hawkins, T. (1979). *Lebesgue's theory of integration. Its origins and development*. (Segunda edición ed.). New York: Chelsea Publishing company.

Obando, M., & Chamorro. G. (2009). *Estudio histórico - epistemológico del concepto de integral: Cauchy, Riemann y Lebesgue*. Trabajo de Grado. Universidad de Nariño.

Recalde, L. (2007). *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*. Las raíces Históricas de la Integral de Lesbesgue. Volumen XV, dic 2007, núm 2, pp. 103-127. Universidad del Valle.

Una exploración sobre creatividad y pensamiento matemático desde la resolución de problemas en educación superior.

Jaider Figueroa Flórez, Alejandra Castaño Morales
jafigueroaf@unal.edu.co, *alcastanom@unal.edu.co*
Universidad Nacional de Colombia-Manizales

Resumen

En este trabajo se indaga sobre la dinámica del proceso creativo en estudiantes universitarios, sus relaciones con las habilidades matemáticas al enfrentarse a problemas sobre teoría de números y las posibilidades que estas ofrecen en el desarrollo del pensamiento matemático. No se trata de establecer influencias o modelos explicativos de unas sobre otras, más bien de abrir una discusión sobre la conveniencia de potenciar estas habilidades en educación superior, especialmente en los programas de matemáticas donde su enfoque formativo se centra básicamente hacia el desarrollo de habilidades de carácter lógico deductivas.

Se abre una posibilidad para empezar a dar respuesta a interrogantes como ¿Están los programas de matemáticas desarrollando en sus estudiantes habilidades matemáticas y creatividad matemática? ¿Dadas las habilidades matemáticas desarrolladas en estudiantes de los programas de matemáticas, cómo es la dinámica de su proceso creativo? Y de manera más general ¿Los estudiantes de los programas de matemáticas están siendo formados para pensar matemáticamente?

El trabajo es de tipo cualitativo de alcance explicativo y contempla la aplicación de una actividad de aprendizaje que contiene dos preguntas y tres problemas relacionados con teoría de números (divisibilidad, congruencia modular y ecuaciones Diofánticas). En el proceso de intervención se han seleccionado 10 estudiantes de último semestre del programa de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales, la mayoría con muy buenos registros académicos y con buena disposición para abordar y resolver problemas. Algunos de ellos recibieron formación sobre teoría de números.

Dentro de los resultados se resaltan los siguientes: i) se propone una herramienta para determinar niveles de creatividad en la resolución de problemas, ii) se encuentra un comportamiento de baja variabilidad en los niveles de creatividad en la población objeto de estudio que deja ver la estrecha relación entre los procesos de habilidad matemática, creatividad matemática y pensamiento matemático, iii) se percibe una relación sobre los procesos de flexibilidad y novedad que permiten relacionarlos con el desarrollo del pensamiento matemático, entre otros.

Además, se resaltan las siguientes conclusiones: i) La dinámica en los procesos asociados a la creatividad matemática (fluidez, flexibilidad y novedad) en la población objeto de estudio y con relación a los problemas propuestos es de muy baja variabilidad. Los niveles de creatividad son muy bajos en relación con las habilidades supuestas de los estudiantes que participaron del estudio; ii) Al trabajar la creatividad matemática de los estudiantes, también desarrollan habilidades matemáticas y viceversa. Los estudiantes que son capaces de afrontar situaciones matemáticas con fluidez, flexibilidad, perspicacia y novedad, son hábiles para utilizar los conocimientos y procesos matemáticos adecuados en otras tareas y problemas matemáticos y viceversa. Esto sugiere un comportamiento en espiral y no lineal ni condicional que debe ser estudiado a fondo; iv) En muchos trabajos se argumenta que los educadores matemáticos pueden considerar la creatividad no como el dominio de unos pocos individuos excepcionales, sino más bien como una orientación o disposición hacia la actividad matemática que puede fomentarse en la población escolar en general. Por tanto, no hay que dar espera para potenciar estas habilidades en cualquier nivel educativo (básica, media y superior) y menos en los programas de matemáticas.

Palabras clave: Creatividad matemática, habilidad matemática, pensamiento matemático, resolución de problemas.

Referencias

Vygotski, L. (2009). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores (S. Furió trad.) [libro en PDF]. Crítica. (Original publicado en 1978).

Ernest, P. (1991). The Philosophy of Mathematics Education [libro en PDF]. Routledge Falmer y Taylor & Francis e-Library.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19(2), 221-266.

Brousseau, G. (2007) Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas (D. Fregona, trad.). Zorzal. (Original publicado en 1998)

D’Ambrosio, U. (1090). Etnomatemática: Arte ou Técnica de explicar e conhecer. Ática S. A.

Cantoral, R. y Farfáan, R. M. (2003). Mathematics Education: A vision of its evolution. Educational Studies in Mathematics, 53, 255-270.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Chicago: University of Chicago Press.

Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematicalthinking and solution spaces of mathematical tasks. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), Proceedings of the fifthconference of the European Society for Research in Mathematics Education—CERME-5 (pp. 2330–2339).

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2010). Executive Summary. Principles and Standars for School Mathematics. NCTM.

Niss, M. y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencias revisited. Educational Studies in Mathematics, 102, 9-28.

Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (2010). Thinking Mathematically (2ª ed.). Pearson. (First published 1982).

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking (pp. 42–53). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Balka, D. S. (1974): Creative ability in mathematics. – In: Arithmetic Teacher 21, p. 633–636.

Silver, E.A. (1995): The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. In: ZDM, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 27 (No. 2), p. 67–72.

Sriraman, B. (2008). The characteristics of mathematical creativity. ZDM Mathematics Education 41:13–27.

Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., y Christou, C. (2013). Connecting mathematical creativity to mathematical ability. ZDM Mathematics Education 45:167–181.

Starko, J. A. (1994). Creativity in the classroom. New York: Longman.Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2012). *Educación Matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Villa María, Argentina: Editorial Universitaria Villa María.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 215-241.

Argumentación práctica de formadores de profesores de matemática en la valoración de una unidad didáctica con los criterios de idoneidad didáctica y los DUA

Telesforo Sol, Adriana Breda, Carlos Ledezma, Vicenç Font
telesforo.sol@ub.edu, *adriana.breda@ub.edu*, *carlos.ledezma.a@outlook.es*, *vfont@ub.edu*
Universitat de Barcelona

Resumen

Para desarrollar la reflexión docente, este trabajo combina el Estudio de Clases con los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID), destacando la importancia de la argumentación práctica en la justificación de las acciones docentes. Se plantea la siguiente pregunta: ¿cuál es el papel de los CID en la argumentación práctica de un grupo de formadores de profesores al valorar una unidad didáctica (UD) sobre funciones? A través del modelo de Toulmin, se estructuran los argumentos emergentes de ocho formadores de profesores, relacionándolos con los CID y mostrando cómo se justificaron las acciones consensuadas en la valoración de la UD. Como

resultado, se observa que los CID actuaron como generadores de la argumentación práctica y constituyeron el elemento central en la estructuración de dicha argumentación.

Palabras clave: argumentación práctica, idoneidad didáctica, reflexión docente

Referentes teóricos

La idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza y aprendizaje se define como el grado en que dicho proceso (o una parte de él) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para alcanzar la adecuación entre los significados personales alcanzados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), considerando las circunstancias y los recursos disponibles (entorno). Un proceso de enseñanza y aprendizaje alcanzará un alto grado de idoneidad didáctica si es capaz de articular, de manera coherente y sistemática, los siguientes seis criterios parciales de idoneidad didáctica (Breda et al., 2017): a) Criterio epistémico, para valorar si las matemáticas que se enseñan son "buenas matemáticas"; b) Criterio cognitivo, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se pretende enseñar se encuentra a una distancia razonable de lo que saben los estudiantes; y después del proceso, lo que han aprendido.; c) Criterio interaccional, para valorar si la interacción resuelve las dudas y dificultades de los estudiantes; d) Criterio mediacional, para valorar la adecuación de los recursos y el tiempo utilizados. Sus componentes son: recursos materiales, n.º de estudiantes, horario y condiciones de aula, y tiempo; e) Criterio afectivo, para valorar la participación de los estudiantes (interés, motivación); y f) Criterio ecológico, para valorar la adecuación del proceso instruccional al proyecto educativo de la escuela, directrices curriculares, condiciones del entorno, etc.

Lewiński (2018) define la argumentación práctica como "argumentación destinada a decidir un curso de acción" (p. 219, traducción de los autores). Según Toulmin (1958/2003), los elementos de un argumento son: premisa (que se busca validar); datos (información en la cual se basa la premisa); garantía (proposiciones que conectan los datos con la premisa); refutador (circunstancia cuando la garantía es inválida); calificadores modales (indican el grado de fuerza de la garantía); y respaldo (justificaciones de las garantías).

Metodología

Ésta es una investigación cualitativa en la que se analizaron episodios de AP de ocho formadores de profesores de matemática durante un ciclo de Estudio de Clases (EC) (Huang et al., 2019). Las etapas del EC fueron: currículo y definición de objetivos; planificación; implementación y observación; reflexión. El contenido matemático abordado fue el de funciones para cuarto año de Educación Secundaria Obligatoria. Para el análisis, se consideran los diálogos de la valoración de la UD con los componentes de los CID. Primero, se identificaron los episodios de AP donde se propusieron acciones para mejorar la UD. Luego, los argumentos prácticos se representaron con el modelo de Toulmin y, finalmente, se relacionaron con los CID.

Resultados

Se presenta un argumento práctico (AP) obtenido de la valoración de la UD en relación con el componente tiempo. Los participantes identificaron que no hubo una distribución adecuada del tiempo en las sesiones de la UD. A partir de esta observación, surgió una propuesta para ajustar los tiempos, estructurada con el modelo de Toulmin de la siguiente manera:

- **Dato**: En la UD no hay distribución del tiempo para las sesiones.
- **Garantía**: Se debe planificar la gestión del tiempo para cada sesión.
- **Respaldo**: Conocimiento del componente tiempo dentro del criterio mediacional.
- **Refutación:** Aunque el tiempo propuesto no se cumpla durante la implementación de las sesiones, ya que pueden surgir imprevistos.
- **Premisa**: Para aprovechar el tiempo en el aula, es necesario distribuirlo en cada sesión de la UD.

En este AP, el respaldo es de tipo conocimiento y se aplica de dos formas: primero, se genera el dato al identificar la falta de distribución del tiempo; segundo, se genera la garantía. Así, el componente tiempo cumple tres funciones en: actúa como respaldo, permite identificar un dato, y genera una garantía. De manera similar, se obtuvieron otros siete AP relacionados con los criterios epistémico, cognitivo, ecológico y mediacional. El papel de los CID en la construcción del AP por parte de los participantes al valorar la UD puede resumirse en dos puntos: 1) actúan como generadores de AP y 2) son un elemento central en la estructuración del AP.

La principal conclusión es que la valoración con los CID promueve la reflexión docente y la argumentación práctica, elementos claves en su formación profesional (Schön, 1987).

Referencias

Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *13*(6), 1893–1918. https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a

Huang, R., Takahashi, A., y da Ponte, J. P. (2019). *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04031-4

Lewiński, M. (2018). Practical argumentation in the making: Discursive construction of reasons for action. En S. Oswald, T. Herman, y J. Jacquin (Eds.), *Argumentation and Language – Linguistic, Cognitive and Discursive Explorations* (pp. 219–241). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73972-4_10

Schön, D. A. (1987). *Educating the Reflective Practitioner. Toward a New Design for Teaching and Learning in the Professions*. Jossey-Bass Publishers.

Toulmin, S. (2003). *The Uses of Argument* (2ª ed.). Cambridge University Press. (Trabajo original publicado en 1958).

Una Mirada a las Prácticas Profesionales de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana: Desafíos y Oportunidades.

Mercy L. Peña Morales1, Leidy Lorena Reyes Cuellar2,
1mercy.pena@usco.edu.co; lorenareyes.cuellar13@gmail.com
Universidad Surcolombiana

Resumen

La presente investigación presenta la sistematización de las experiencias de los docentes practicantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana desde el semestre 2019-01 hasta el semestre 2024-01. Se realizó con el fin de retroalimentar el proceso de formación inicial de los docentes practicantes del programa, y poder mejorar los procesos relacionados con la Prácticas Profesionales.

La metodología empleada fue cualitativa con un enfoque descriptivo y los instrumentos de recolección de datos fueron: repositorio de la plataforma Google Drive y Sakai de la Universidad Surcolombiana, contenido en el correo de prácticas del programa, entrevistas, reportes de notas, y formatos de evaluaciones de las prácticas (aprendizaje, docente y práctica). El proceso de investigación se desarrolló en tres momentos: (1) la caracterización de las prácticas por semestre; (2) Análisis de los alcances identificados; y (3) sistematización del proceso de evaluación de las prácticas profesionales.

Durante el periodo estudiado, se reportan un total de 715 docentes practicantes en la licenciatura de matemáticas, distribuidos en 64 centros de prácticas, de los cuales el 92% (59) fueron instituciones educativas y el 8% (5) fueron fundaciones sin ánimo de lucro. La

distribución de los docentes practicantes incluyó 10 comunas y 2 corregimientos de Neiva, 9 municipios del Huila, y 3 departamentos de Colombia.

El análisis de los datos evidenció que 96.4% (689) de los docentes practicantes aprobaron las prácticas profesionales, y 3.6% (26) reprobaron. La rúbrica utilizada en la evaluación de la práctica facilitó identificar el conocimiento de los docentes practicantes en los siguientes aspectos: pedagógico, tecnológico, administrativo, comunitario, cognitivo y matemático. La Evaluación de las prácticas en general evidenció que la mayoría de docentes practicantes, son organizados, responsables y comprometidos, cualidades esenciales para su desempeño como docente. Sin embargo, se requiere fortalecer el conocimiento pedagógico y matemático adquirido en relación a la falta de apropiación de los conceptos relacionados con las matemáticas, y por ende ser más creativos en el diseño y la planificación de clases. Además se necesita que desde el inicio del programa los estudiantes en formación conozcan y se familiaricen con la educación inclusiva (marcos legales, valoración pedagógica, formatos DUA, PIAR, entre otros). En el aspecto administrativo se destaca la necesidad de articular los horarios de la universidad y del centro de práctica, mejorar la organización del tiempo y el uso de herramientas tecnológicas, incrementar el tiempo de asesoría con el fin de apoyar mejor los procesos relacionados con la Prácticas Profesionales.

Palabras clave: Práctica profesional, sistematización, experiencias, evaluación.

Referencias

Hernandez Arteaga, I. (2009). El docente investigador en la formación de profesionales. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, *27*, 1-21 pp. http://www.redalyc.org/pdf/1942/194215432011.pdf

Pena-Morales, M., Pelton, T. 2016. Pedagogical Content Knowledge in an Educational Context (PCK-EC). In: Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education

International Conference 2016 (March 21, 2016), 3023-3028. Chesapeake, VA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).

Un análisis de los procesos de caracterización del pensamiento matemático en licenciados en matemáticas en formación

José Gregorio Solorzano
jose.solorzanom@esap.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

A continuación, se presentan algunos resultados relevantes de una investigación que indagó sobre las principales características del pensamiento matemático de profesores de matemáticas en formación, al respecto es importante destacar un elemento diferenciador del plan de estudios de los integrantes de la unidad de análisis, la ausencia de asignaturas tradicionales como análisis matemático, teoría de números, álgebra abstracta entre otros. Los principales resultados del estudio destacan la necesidad de analizar con mayor profundidad el impacto de los cambios curriculares en el desarrollo del pensamiento matemático. De igual forma, establecer la relevancia de algunos contenidos en los pensum y en ese sentido identificar las tendencias con el fin de integrar los avances en el área en las diferentes propuestas académicas. Finalmente, como un producto innovador se presenta una herramienta tecnológica con la cual es posible evidenciar el grado de avance en las características de los tipos de pensamiento matemático.

Para Smith (2004) caracterización es un proceso con múltiples facetas donde se identifican características, propiedades y conexiones de un objeto de estudio. El autor enfatiza la necesidad de entender que se persigue ir más allá de enumerar atributos, conlleva a organizarlos y estructurarlos coherentemente con el objetivo de generar una visión holística del objeto de estudio (Smith, 2004). En otras palabras, caracterizar implica el analizar las interacciones entre los distintos elementos que componen un sistema, conllevando a una mejor comprensión de los fenómenos de estudio.

De acuerdo con lo anterior, se puede asumir la caracterización del pensamiento matemático como la descripción de los procesos cognitivos y habilidades, de manera verificable, que permita evidenciar el uso del conocimiento matemático en diferentes contextos o permita revelar vínculos inesperados entre diferentes áreas de las matemáticas, mediante la resolución de problemas desafiantes.

La investigación aquí presentada fue de tipo cualitativa, enmarcada en la metodología de la investigación basada en el diseño, para este fin se dividió en seis fases: diseño de las actividades, implementación de las actividades, realimentación de las actividades, rediseño de las actividades, segunda implementación de las actividades, análisis de los resultados.

Los resultados preliminares dejan abiertos cuestionamientos como los siguientes:

¿La formación matemática del licenciado en matemáticas esta actualizada respecto a las tendencias? ¿Es posible articular un plan de estudios más desafiante para los estudiantes de licenciatura en matemáticas?

Palabras clave: Caracterización, pensamiento matemático, formación de profesores de matemáticas.

Referencias

Smith, J. (2004). Conceptualizing the characterization process. Journal of Theoretical Perspectives, 12(3), 45-67.

Anzola Caldas, J. (2017). Avances en la caracterización del pensamiento combinatorio. [Universidad Antonio Nariño] http://repositorio.uan.edu.co/handle/123456789/8016

Principales problemas al estudiar el concepto de función: lo que dicen las investigaciones

Carlos Germán Sánchez Ospina, Hilbert Blanco Álvarez,
Carlos.sanchez_o@ucaldas.edu.co, hilbla@udenar.edu.co
Universidad de Caldas, Universidad de Nariño

Resumen

Sierpinska (1992) considera como base para la didáctica de la matemática la idea de significado, que la relaciona con la comprensión, comprender el concepto será entonces concebido como el acto de captar su significado. El concepto de función genera grandes dificultades para su enseñanza y aprendizaje debido a la complejidad de los objetos estudiados, desde el proceso de pensamiento matemático a procesos de enseñanza, del proceso de desarrollo cognitivo de los estudiantes y a veces a las actitudes emocionales y afectivas hacia las matemáticas, que abarca una transición de una visión operativa a una estructural (Doorman et al., 2012; Suárez Chávez, 2018).

En este contexto, se han encontrado algunos trabajos que permiten tener una visión de lo que se está investigando sobre este objeto matemático, para lo cual se quiere presentar algunos trabajos que abarca esta problemática; investigaciones señalan la **dificultad en la comprensión** del concepto de función al presentarse tres conceptos erróneos en los estudiantes: los estudiantes piensan que la relación de una aplicación debe trasladarse al dominio con un único valor; los estudiantes no entienden cómo las restricciones en el dominio de una función afectan las relaciones y los estudiantes se basan en indicadores superficiales o engañosos, como las llamadas pruebas de líneas verticales, para determinar si una relación es una función (Widada et al., 2020).

Otra de las **dificultades que se presentan al estudiar el concepto de función es su representación** Acevedo Marín (2017) reporta que después de implementar una estrategia didáctica persistieron las dificultades de representación gráfica y matemática, así mismo, Santia & Sutawidjadja (2019) mencionan que la representación matemática tiene un papel esencial en el estudio de las funciones. Por otro lado, los estudiantes tienen **problemas para entender la idea de función como una relación entre las variables** (una dependiendo de las demás) (Del Castillo Escobedo & Montiel Espinosa, 2007). Además, la mayoría de los textos de matemáticas institucionalizados, definen función con una gran carga formal y de forma general (Cuevas-Vallejo & Pluvinage, 2019) además de tener diferentes definiciones de función (Widada et al., 2020).

Referencias

Acevedo Marín, G. F. (2017). *La Resolución de Problemas para el Aprendizaje de Funciones* [Trabajo de pregrado, Universidad de Antioquia]. https://hdl.handle.net/10495/23028

Cuevas-Vallejo, C. A., & Pluvinage, F. (2019). Revisitando la noción de función real. *El Cálculo y Su Enseñanza*, *13*, 19–35.

Del Castillo Escobedo, A., & Montiel Espinosa, G. (2007). El concepto de función en un ambiente geométrico dinámico bajo el enfoque covariacional. In *Memoria de la XI escuela de invierno en matemática educativa*.

Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: From repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(6), 1243–1267. https://doi.org/10.1007/s10763-012-9329-0

Santia, I., & Sutawidjadja, A. (2019). Exploring Mathematical Representation in Solving ILL-Structured Preoblems: The case of Quadratic Function. *Journal on Mathematics Educationtion*, *10*(3), 365–378.

Sierpinska, A. (1992). *On understanding the notion of function*. Mathematical Association of America. https://www.researchgate.net/publication/238287243

Suárez Chávez, S. E. (2018). *Dificultades y Obstáculos, en la Resolución de Problemas del concepto de Función Lineal, de los Estudiantes de Primer Semetre del Programa Tecnolgía en Contabilidad Sistematizada de la Institución Antonio José Camacho*. [Trabajo de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira].

Widada, W., Herawati, A., Fata, R., Nurhasanah, S., Yanty, E. P., & Suharno, A. S. (2020). Students' understanding of the concept of function and mapping. *Journal of Physics: Conference Series*, *1657*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012072

Curvas en coordenadas polares: su enseñanza y aprendizaje con profesores en formación desde el análisis didáctico

Gutiérrez Zuluaga, Heiller, Aldana Bermúdez, Eliecer
hgutierrez@uniquindio.edu.co, eliecerab@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío

Resumen

Este trabajo muestra los avances de la investigación doctoral y aporta a la reflexión académica de cómo los profesores de matemáticas en formación planean la enseñanza en lo relacionado con el pensamiento espacial y geométrico, un tema poco trabajado pues las coordenadas polares no son muy contextualizadas desde las actividades humanas. En mi ejercicio como docente de matemáticas, he podido orientar entre otros el espacio académico de Geometría Analítica en diferentes disciplinas, lo cual me ha permitido identificar diversas

dificultades que presentan los estudiantes, posiblemente a la instrucción previa recibida, las cuales afectan el proceso de comprensión de las curvas en coordenadas polares, una de ellas es la carencia de articulación entre los registros algebraicos y geométricos. Así mismo, los estudiantes cuando se enfrentan al uso de teoremas y definiciones rigurosas, recurren a memorizar fórmulas y mecanizar procedimientos lo que genera dificultades y poco dominio conceptual. Además, los estudiantes presentan dificultades para comprender las curvas en coordenadas polares como lugares geométricos y cometen errores al vincular sus elementos y al movilizarse entre varios registros, generando confusión al convertir una ecuación general a su respectiva ecuación canónica y viceversa, y en algunos casos no identifican estos objetos matemáticos al presentarles una ecuación de segundo grado. De acuerdo con las anteriores dificultades planteadas, se deben buscar estrategias que mejoren el proceso de enseñanza aprendizaje del objeto matemático planteado y facilitar al estudiante la comprensión de los conceptos. Con base a lo anterior, se plantea como propósito de la investigación generar el desarrollo de conocimientos matemáticos sobre curvas en coordenadas polares en profesores de matemáticas en formación, mediante el Análisis Didáctico. Para el desarrollo del trabajo se utiliza como marco teórico y metodológico el análisis didáctico que busca dar un significado a los conceptos matemáticos (Gómez, P., 2007). Este estudio es de tipo cualitativo e interpretativo para comprender los fenómenos educativos que ocurren en un contexto, se trata de interpretar y explicar la forma como los estudiantes llegan a la comprensión y construcción conceptual (Bisquerra, R. y Sabariego, M. 2009). Está basada en una perspectiva histórico-hermenéutica, debido a que es un enfoque interpretativo en las Ciencias de la Educación que busca la comprensión global del fenómeno (Cifuentes-Gil, R. M., y María, R., 2011). Como método se emplea la Investigación-Acción (Latorre, A. 2009) con los estudiantes de segundo semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío.

La puesta en marcha de esta investigación advierte como posibles resultados: desde planificación y organización de la enseñanza la formación de los profesores brindando diferentes aportes desde la fenomenología de las curvas en coordenadas polares como objeto matemático del conocimiento y en lo que tiene que ver con el aprendizaje responder a una pregunta generalizada de los estudiantes que se enfrentan a espacios de formación matemática: "¿para que me sirven estos conceptos matemáticos?".

Palabras clave: Curvas en coordenadas polares Análisis Didáctico, Profesores en formación.

Referencias

Bisquerra, R. y Sabariego, M. (2009). El Proceso de Investigación (Parte 1). En R. Bisquerra (Coord.). Metodología de la Investigación Educativa (2ª ed.). (89-125). La Muralla.

Cifuentes-Gil, R. M., y María, R. (2011). Diseño de proyectos de investigación cualitativa. Noveduc libros.

Gómez, P. (2007). "Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Latorre, A. (2009). La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. España: GRAÓ.

Más allá del modo de generación del pensamiento vectorial

Oscar Andrés Galindo Rivera
ogalindo@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

El propósito de la presente ponencia es la de mostrar algunos avances en la caracterización del Pensamiento Vectorial en los estudiantes del curso de Cálculo Multivariado y Álgebra Lineal de la Universidad Antonio Nariño, con especial énfasis en el *modo de generación*

de este tipo especial de pensamiento matemático y de cómo puede favorecer la enseñanza – aprendizaje de la asignatura.

Se abordó la situación del planteamiento y la resolución de problemas para el Cálculo Multivariable por parte de los estudiantes y cómo ayuda a robustecer los conceptos propios de la asignatura. A través de actividades ajustadas y retadoras se pudo identificar este tipo de razonamiento matemático que fue plasmado en una rúbrica específica propia y que permitió evaluar el desarrollo de este pensamiento en los estudiantes. Lo anterior fue una parte del aporte de la tesis doctoral del expositor y del cual ya se encuentra en la literatura especializada.

Se evidenció que este modo de pensamiento matemático otorgó a los estudiantes herramientas teórico - prácticas capaces de abordar el planteamiento y la resolución de problemas de manera creativa y flexible y que va más allá de la simple aplicación de fórmulas.

Palabras clave: Pensamiento Vectorial. Cálculo Multivariable. Modos de Pensamiento Matemático. Planteamiento de Problemas.

Referencias

Cai, J., Koichu, B., Root, B., Zazkis, R., & Jiang, C. (2022). Mathematical problem posing: Task variables, processes and products. In C. Fernandez, S. Linares, A. Gutierrez, & N. Planas (Eds.), Proceedings of the 45th of the Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 119-145). PME.

Donevska-Todorova, A. (2016). Thinking modes, with or without technology? Paper presented at the 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburg, Germany.

Dorier, J. L. (1995). A general outline of the genesis of vector Space theory. Historia Matemática, 22 (3), 227-261.

Galindo, O. (2023). Avances en la caracterización del pensamiento vectorial a través de la resolución de problemas. (Tesis doctoral). Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.

Galindo, O & Falk, M. (2023). Sobre los modos de pensamiento vectorial vía resolución de problemas. Matemáticas, Educación y Sociedad, 6(1), pp. 1-18

Galindo, O. (2024). Sobre los modos de pensar en álgebra lineal y el pensamiento vectorial. Revista Vidya, Vol. 44(1), 97-113. doi.org/10.37781/vidya.v44i1.4703

Harel, G. (2021). The learning and teaching of multivariable calculus: A DNR perspective. ZDM—Mathematics Education, Springer.

Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students´ thinking in Linear Algebra. En Dorier, J.L. (Eds.), The teaching of Linear Algebra in question (pp. 209-246). Netherlands: Kluwer Academic Publisher.

Stewart, J. (2018). Calculus of several variables. Early Transcendent. Seventh edition. Brooks-Cole/Cengage Learning.

Tall, D. (2013). How Humans Learn to Think Mathematically. Cambridge.

Caracterización del uso del pensamiento matemático en problemas económicos y financieros con herramientas TIC en estudiantes de Administración

Luis Alberto López Macías
lulopez47@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

El estudio analiza cómo las TIC potencian el pensamiento matemático de los estudiantes de Administración de Empresas de la Universidad de Cartagena en la resolución de problemas económicos y financieros reales.

Palabras clave: Razonamiento matemático, Problemas económicos y financieros, Innovación tecnológica en educación, Solución de problemas prácticos, Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs)

La fundamentación y descripción del problema

El desarrollo del pensamiento crítico, estimulado por problemas fundamentales, fortalece la habilidad de los estudiantes para abordar situaciones complejas (Fennema et al., 1996). Aunque la integración de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) fomenta métodos de aprendizaje más dinámicos e interactivos, en la región de Bolívar, Colombia, las disparidades en el acceso a recursos tecnológicos dificultan su pleno aprovechamiento (Maza et al., 2010).

Objetivo general

Analizar y caracterizar el pensamiento matemático variacional desarrollado por los estudiantes de Administración de Empresas de la Universidad de Cartagena al enfrentar y resolver problemas desafiantes en el ámbito económico y financiero, utilizando TIC como herramientas mediadoras.

Metodología

La investigación utiliza un enfoque basado en el diseño (Kaiser, 2019) estructurado en tres fases principales. Primero, preparación del diseño experimental: Se formulan teorías locales para guiar el proceso de aprendizaje a partir de los objetivos educativos y el uso de TIC en la resolución de problemas. Segundo, aplicación del diseño experimental: Se implementa un proceso cíclico de recolección de datos para evaluar y ajustar las conjeturas del diseño instruccional. Tercero, análisis retrospectivo: Se analizan los datos usando la Teoría Fundamentada para desarrollar teorías locales que expliquen y predigan los resultados del diseño instruccional.

Resultados finales

Los resultados finales de la investigación permiten identificar cómo el uso de TIC en la resolución de problemas económicos y financieros potencia el pensamiento matemático de los estudiantes de Administración de Empresas, mejorando su capacidad para abordar situaciones complejas y prácticas.

Referencias

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), 403−434.

Kaiser, J. (2019). Designing the Teacher. Studio-Based Approaches for Multimodal Projects: Models to Promote Engaged Student Learning, 75.

Maza, F., Vergara, J., & Navarro , J. (2010). Eficiencia de la inversión en el régimen subsidiado en salud en Bolívar - Colombia. Investigaciones ANDINA, 14 (24).

La evaluación formativa y el uso positivo del error en la formación inicial de profesores de matemáticas

Sandra Rojas Sevilla, María Fernanda Sierra Carrillo, Hugo Zapata
sandra.rojas@unisucre.edu.co, *maria.sierra@unisucre.edu.co*,
hugo.zapata@unisucre.edu.co
Universidad de Sucre. Sincelejo (Colombia)

Resumen

Se presentan los resultados de una investigación cuyo objetivo fue analizar los errores típicos en matemáticas y su origen desde la óptica de distintos estudios, de los estudiantes de primer ingreso de un programa de licenciatura en matemáticas de una universidad colombiana. De manera que este análisis, es un insumo para ofrecer oportunidades de aprendizaje como una estrategia poderosa de la evaluación formativa, mediante el uso positivo del error en la formación inicial de profesores de matemáticas. El estudio surge, al identificar las dificultades de la comprensión conceptual de conceptos matemáticos básicos, el cual se exacerbó luego de la

pandemia. Desde la mirada de los profesores del programa, es necesario atender este problema, dado obstaculiza la compresión de nuevos conocimientos.

Analizar los errores de los estudiantes permite comprender mejor que y como aplicar alternativas pedagógicas y didácticas dirigidas a minimizarlos. Asimismo, el proceso de desglosar y corregir errores fomenta habilidades críticas de resolución de problemas y pensamiento analítico. Además, informa a los educadores sobre las tendencias comunes y ayuda a desarrollar estrategias didácticas más efectivas (Messina et al.,2018; Del Puerto, 2006).

La fundamentación teórica del presente estudió, se basa en prácticas de la evaluación formativa, que incorpora los errores emergentes en línea Schoenfeld (2016) que y es vista como guía y un apoyo integrado al proceso de enseñanza aprendizaje (Fraile et al., 2013). Teniendo en cuenta que en todo proceso de aprendizaje y de construcción de conocimiento, el error está presente, y hace parte importante del proceso, siempre que tenga el tratamiento didáctico adecuado. En el proceso de aprendizaje de la matemática escolar, es un reto abordar el alto porcentaje de presencia de errores, la persistencia de estos, el alto porcentaje de estudiantes que presentan errores. Se presenta una categorización de los errores, los cuales sirven para orientar el análisis de los mismos (Socas, 1997; Astolfi, 1999; Abrate et al., 2006; citado en Gamboa et al., 2019).

Metodológicamente, la investigación se instala en el paradigma cualitativo, se usa la estrategia: entrevista basada en tareas. Dado que se buscaba indagar sobre los procesos de pensamiento de la actividad matemática de los estudiantes, tal como lo plantea (Camargo, 2021) y además con un diseño de investigación acción, en el sentido que busca mejorar la instrucción para mejorar e incidir en un uso positivo del error como elemento que aporta al aprendizaje. Los participantes los constituyeron estudiantes de un curso de primer ingreso: Matemáticas Generales en los semestres académicos 2022-1; 2022-2; 2023-1; 2023-2 y 2024-1. Las unidades de análisis corresponden a la producción escrita de los estudiantes, para efectos del análisis se empleó la categorización basada en los fundamentos teóricos.

Se puede concluir que el proceso de aprendizaje de las matemáticas está marcado por errores, confusiones e incomprensiones. Estos errores, lejos de ser simplemente obstáculos a evitar, representan oportunidades únicas para el crecimiento y la comprensión profunda. Desde la voz de los estudiantes, se ha identificado que los errores que cometen, tienen un origen didáctico, relacionado con la metodología que caracterizó al aprendizaje.

En suma, a partir de la identificación y superación de los errores se posibilita el aprendizaje de nuevos conocimientos. Asimismo, el análisis de los errores se convierte en una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas que atienden al doble propósito de desarrollar una comprensión del contenido matemático y una comprensión de cómo los docentes brindan experiencias en el aula que fomentan el aprendizaje de las matemáticas (Burroughs et al., 2023). Asimismo, una práctica de la evaluación formativa, brinda oportunidades a los estudiantes de expresar su comprensión, sin temor a ser juzgado y ayuda al profesor a comprender los errores que presenta el estudiante y la manera de atenderlos.

Referencias.

Burroughs, E. A., Arnold, E. G., Álvarez, J. A., Kercher, A., Tremaine, R., Fulton, E., & Turner, K. (2023). Encountering ideas about teaching and learning mathematics in undergraduate mathematics courses. ZDM–Mathematics Education, 55(4), 897-907.

Camargo, L. U. (2021). Estrategias cualitativas de investigación en Educación Matemática. Universidad de Antioquia.

Del Puerto, S. M., Minnaard, C. L., & Seminara, S. A. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. Revista Iberoamericana de educación, 38(4), 1-13.

Fraile, A., López, V. M., Castejón, F. J. y Romero, R. (2013). La evaluación formativa en docencia universitaria y el rendimiento académico del alumnado. Aula abierta, 41(2), 23-34

Gamboa Araya, R., Castillo Sánchez, M., & Hidalgo Mora, R. (2019). Errores matemáticos de estudiantes que ingresan a la universidad. Actualidades investigativas en educación, 19(1), 104-136.

Messina, V., Seminara, S., del Puerto, S., Gil, T., & Pano, C. (2018). Uso didáctico del error: Una experiencia de aula. Revista de Educación Matemática, 33(1).

Schoenfeld, A. H., y the Teaching for Robust Understanding Project. (2016). *An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework.* Berkeley, CA: Graduate School of Education. Recuperado de http://map.mathshell.org/trumath.php or http://tru.berkeley.edu

Futuros profesores de matemáticas construyendo situaciones problema

Tulio Amaya De Armas
Tuama1@hotmail.com
Institución Educativa Madre Amalia, Universidad de Sucre

Resumen

En este trabajo se tuvo como objetivo analizar las dificultades de futuros profesores de matemáticas al elaborar una situación problema que involucre funciones lineales. Se realizó una actividad con 22 futuros profesores en el desarrollo de una clase de la asignatura *Evaluación de los aprendizajes*, al desarrollar un tópico relacionado con la elaboración de instrumentos. A los futuros profesores se les orientó sobre cómo construir una situación problema, atendiendo algunos elementos teóricos que aportan información sobre la forma de construir una o más situaciones que conformen un cuestionario. También se les pidió que se organizaran en grupos de tres o cuatro y elaboraran una situación problema que involucrara funciones lineales. Los resultados evidencian dificultades de los futuros profesores, al identificar los elementos y las características de una función, así como para situar dichos elementos en el contexto de la situación problema, pues les costó elaborar preguntas para un elemento dado, en el marco del contexto de la situación problema. Se puede concluir que las principales dificultades de los futuros profesores al elaborar una situación problema, estuvieron relacionadas con la identificación de los elementos de la función, así como con la formulación de preguntas en el contexto de la situación.

Palabras clave: futuros profesores, situaciones problema, funciones lineales

A los futuros profesores se les pidió consultar un artículo de Amaya et al. (2020) donde se describe la forma de construir una situación problema utilizando funciones lineales contextualizadas, es decir, debían leer y discutir hasta comprender la situación planteada y la forma de elaborarla; también se les pidió consultar dos libros uno de Brousseau (2007) y otro de Farfán (2012), donde se dan orientaciones específicas sobre los fundamentos de las situaciones problema y se dan ejemplos de situaciones problemas en el área de matemáticas. Así pues, las instrucciones de la clase se centraron en orientar las discusiones y en hacer las aclaraciones pertinentes para que los futuros profesores comprendieran la estructura y las principales características de una situación problema. Para iniciar se les pidió a los futuros profesores identificar, los elementos de una función y situarlos en el contexto de la situación; enseguida se les pidió identificar cualquier característica ostensible de una función e igualmente, situarla en el contexto de la situación con que se trabajaba.

Como resultado de la interacción, en pro de la mejor comprensión de la temática, los elementos de una función identificados entre todos fueron dominio, rango, los que, al situarlos en el contexto de la situación fueron número de carreras y ganancia diaria de Juan; elementos como intercepto al origen y punto máximo o mínimo, no fueron identificados directamente, pero al nombrárselos, los aceptaron inmediatamente, pero les costó situarlos en el contexto de la situación, es decir, se les dificultó asignarles un nombre y para poder realizar consignas o preguntas que dieran cuenta de estos elementos en la situación. Asimismo, tampoco lograron identificar ninguna de las características de una función, pero al nombrarles crecimiento y decrecimiento lo aceptaron y se les facilitó hacer preguntas con estas.

Los resultados permiten concluir que, aunque los futuros profesores, en el desarrollo de los cursos que se ofrecen en el programa de la licenciatura que cursan, ya habían tenido numerosas experiencias que involucraban el trabajo con funciones, se observaron serias dificultades relacionadas con tres aspectos específicos: 1) el reconocimiento de los diferentes elementos y las características de una función, 2) con el establecimiento de congruencias entre los elementos de diferentes representaciones y 3) con la complejidad intrínseca del concepto en estudio (Hitt y Morasse, 2009), es decir, un problema netamente epistemológico.

Referencias

Amaya, T., Arias, A., Vera, J., & Sépulveda, H. (2023). Desarrollo de pensamiento numérico elemental, usando situaciones problema de estructuras multiplicativas. *Revista Meta: Avaliação*, *15*(46), 111-137.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zarzal.

Farfán, R. (2012). *El desarrollo del pensamiento matemático y la actividad docente*. Barcelona España: Editorial Gedisa S.A.

Hitt, F. y Morasse, C. (2009). Pensamiento numérico-algebraico avanzado: construyendo el concepto de covariación como preludio al concepto de función. Electrónic Journal of research in educational psychology, 7(17), 243-260.

Las matemáticas universitarias en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y su relevancia para la práctica docente

Sandra Rojas Sevilla, Roberto Torres Peña, Iván Núñez Orózco
sandra.rojas@unisucre.edu.co, *rtorres@unimagdalena.edu.co*,
Ivan.nunez@unisucre.edu.co
Universidad de Sucre, Universidad del Magdalena

Resumen

Se reportan los hallazgos de un estudio cuyo objetivo fue indagar la desconexión percibida por profesores de matemáticas en formación y en ejercicio entre las matemáticas universitarias y la matemática que se enseñan en la escuela de secundaria, en un programa de formación de profesores de matemáticas. Toda vez que, la importancia e influencia de las matemáticas universitarias en la enseñanza de las Matemáticas Escolares plantean un desafío continuo para la formación de profesores de matemáticas de secundaria (Wasserman et al., 2023). Algunos de los desafíos específicos es la llamada “doble discontinuidad de Felix Klein”: referida a la brecha que experimentan los futuros maestros en su transición hacia y desde los estudios universitarios de matemáticas.

En este sentido, la "doble discontinuidad" ilumina uno de los problemas fundamentales en la formación de profesores de matemáticas. Esta discontinuidad refiere la brecha que los futuros maestros experimentan al transitar hacia y desde los estudios universitarios de matemáticas, lo que sugiere una desconexión entre el conocimiento matemático adquirido en la universidad y su aplicación práctica en el aula. Este problema es crucial ya que afecta

directamente la percepción de relevancia y utilidad de los contenidos matemáticos universitarios en el contexto escolar.

La investigación se desarrolló mediante un experimento de enseñanza (Cobb et al., 2003) en un curso de Álgebra Abstracta en dos ciclos, el primer ciclo los participantes lo conformaron cuatro estudiantes que, en el año 2023, eran repitentes por segunda y tercera vez y en el segundo ciclo participaron dos estudiantes con estas mismas características. Se empleó la observación participante, entrevistas abiertas y semiestructurada; a través de instrumentos consistentes en pruebas de conocimientos básicos, cuestionarios con problemas que involucraban estructuras algebraicas de diferentes niveles.

Como resultado se destaca la crítica común entre los futuros profesores sobre la falta de aplicabilidad práctica de sus estudios universitarios en matemáticas a su futura profesión. Lo que es un llamado de atención para reevaluar los enfoques pedagógicos y curriculares en la formación de profesores. Esta percepción de irrelevancia no solo desmotiva a los futuros profesores, sino que también puede contribuir a las altas tasas de deserción de los programas de formación de profesores de matemáticas.

Por lo anterior, es imperativo abordar estas preocupaciones mediante la integración efectiva del contenido matemático con pedagogías innovadoras que promuevan una mayor conexión entre teoría y práctica. Particularmente, en un programa de formación de una universidad en Colombia la mayoría de los estudiantes entrevistados coincidieron que los cursos de Álgebra Abstracta y Análisis Real resultaban ser de los más difíciles del pregrado, en línea con Melhuish & Fagan (2018). Este hecho, se verificó con la opinión de profesores de este curso, quienes manifestaron que un 80% de los estudiantes no logran los resultados de aprendizaje esperados. Es de aclarar que, diversos estudios dan cuenta que el Álgebra Abstracta puede brindar oportunidades para fortalecer los conocimientos comunes de los futuros docentes (Larsen et al., 2018).

En suma, los programas de formación docente en matemáticas suelen estructurarse alrededor de tres aspectos clave: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico y conocimiento didáctico (Wasserman, 2017). Sin embargo, la fragmentación dentro de esta estructura, como la separación entre los cursos de contenido matemático y los cursos pedagógicos, puede generar barreras adicionales para los futuros docentes, limitando su capacidad para integrar estos conocimientos de manera efectiva en su práctica docente. Para superar estos desafíos, es fundamental reconsiderar cómo se presentan y se vinculan el contenido matemático y la didáctica en los programas de formación docente. Un enfoque prometedor es el Modelo Alternativo de Wasserman, del que se pueden derivar estrategias para fortalecer las conexiones entre el desarrollo de cursos como Álgebra y Análisis Real con las Matemáticas Escolares.

Referencias

Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, *32*(1), 9–13. https://doi.org/10.3102/0013189X032001009

Larsen, S., Glover, E., Bergman, A. M., & Caughman, J. (2018). What kind of opportunities do abstract algebra courses provide for strengthening future teachers’ mathematical knowledge for teaching?. *Connecting abstract algebra to secondary mathematics, for secondary mathematics teachers*, 71-84.

Melhuish, K., & Fagan, J. (2018). Connecting the group theory concept assessment to core concepts at the secondary level. *Connecting abstract algebra to secondary mathematics, for secondary mathematics teachers*, 19-45.

Wasserman, N. H., Buchbinder, O., & Buchholtz, N. (2023). Making university mathematics matter for secondary teacher preparation. ZDM–Mathematics Education, 55(4), 719-736.

Wasserman, N. H. (2017). Exploring How Understandings from Abstract Algebra Can Influence the Teaching of Structure in Early Algebra. *Mathematics Teacher Education and Development*, *19*(2), 81-103.

Epistemología de la Educación en Matemáticas: una mirada retrospectiva a las enseñanzas del panel MEM2024

Diana Isabel Quintero-Suica
Dquintero72@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Establecer una respuesta preliminar y holista sobre el estatus epistemológico de la Educación Matemática – EM, en cuanto cuerpo de conocimiento, basada en el contenido expuesto en el panel titulado "Real Epistemología de la Educación Matemática", llevado a cabo en el Simposio de Educación Matemática MEM de la Universidad Antonio Nariño en febrero de 2024, cuya mesa de expertos estuvo compuesta por la Dra. Michèle Artigue (Francia), la Dra. Mabel Rodríguez (Argentina), y el Dr. Miguel Cruz (Cuba); es la intención de esta exposición. Tal propósito recae sobre la certeza de que un examen epistémico que conduzca la reflexión sobre la EM, las operaciones que lo producen, sus posibilidades y las maneras de garantizarlo, propicia un panorama favorable para conducir de forma inteligente la investigación presente y futura (Ernest, 2016).

Por lo anterior, se han constituido y establecido cuatro categorías de análisis a partir de la experiencia profesional de las autoras, complementadas con las aportaciones de Sierpinska, A.,

Lerman, S. (1996), Ernest, P. et al. (2016) y Lesh, R.A., Sriraman, B., English, L. (2020). Tales categorías son: *i*) origen del conocimiento en EM, *ii*) su naturaleza, *iii*) su estructura, y *iv*) los medios para su justificación.

Con esta herramienta de análisis se emplea el siguiente método para una inmersión inicial y a profundidad (Hernandez, Fernández, y Baptista, 2014) sobre el contenido del panel: una primera escucha de todo el panel para estructurar impresiones iniciales, una segunda escucha que incorpora un examen línea a línea y un catálogo de aquellas afirmaciones de interés para las categorías de análisis, registrando el minuto en el cual se presenta, la estructuración de un panorama holista y global con base en los resultados del paso anterior; y, una tercera escucha revisando su coincidencia con la estructuración del panorama construido.

Con base en lo anterior, ser resalta la emergencia de una categorización de los objetos de estudio de la EM (teorías, conocimiento matemático, aspectos de la enseñanza, formación del profesor, contextos, procesos matemáticos, tecnologías y herramientas, pensamiento matemático y conceptos singulares), las eminentes fuentes perceptuales y racionales de tales objetos, su consecuente naturaleza empírica y racional y la posibilidad de un paradigma de coherencia como medio de justificación de la verdad.

Se colige una tarea pendiente al hablar de Epistemología de la matemática y su vínculo con la epistemología de la EM, explorando y explicitando las relaciones de estas dos áreas cuando se habla **<u>en</u>**, **<u>de</u>** y **<u>sobre</u>** la primera respecto a la segunda, sus potencialidades, alcances y limitaciones.

Palabras clave: Epistemología de la Educación Matemática, Epistemología de la matemática, Origen y naturaleza del conocimiento científico,

Referencias

Artigue, M., Rodríguez, M., & Cruz, M. (2024). Real Epistemología de la Educación Matemática. *Simposio de Educación Matemática MEM 2024*. Colombia: Universidad Antonio Nariño.

Ernest, P. (2016). Introduction: What Is the Philosophy of Mathematics Education? In P. Ernest, O. Skovsmose, J. van Bendegem, M. Bicudo, R. Miarka, L. Kvasz, & R. Moeller, *The Philosophy of Mathematics Education* (pp. 3-5). Switzerland: s Springer International Publishing.

Hernandez S, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación.* México D.F.: McGraw-Hill Education.

Lesh, R., Sriraman, B., & English, L. (2020). Theories of Learning Mathematics. In S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 861-869). Switzerland: Springer.

Sierpinska, A., & Lerman, S. (1996). Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde, *International Handbook of Mathematics Education. Kluwer International Handbooks of Education* (pp. 827-876). London: Kluwer.

TSG 5. Matemática y sus aplicaciones.

Sobre una derivada generalizada de dos parámetros

Miguel Vivas-Cortez
mjvivas@puce.edu.ec
Pontificia Universidad Católica del Ecuador

Resumen

Fundamentación y Descripción del Problema

En este trabajo se presenta una nueva derivada generalizada, denominada derivada biparamétrica, que se basa en la derivada deformable propuesta por Ahuja y Priyanka en 2017, cuando el segundo parámetro ψ es igual a uno. Esta derivada ofrece una generalización en el campo del cálculo con derivadas locales generalizadas, extendiendo su aplicabilidad y ofreciendo nuevas herramientas para el análisis de ecuaciones diferenciales. La importancia de este estudio radica en las aplicaciones potenciales de esta derivada en áreas como la física matemática, la modelización de sistemas complejos y la optimización.

El problema que se aborda es cómo generalizar y aplicar esta derivada biparamétrica a distintos teoremas del cálculo y su relación con las ecuaciones diferenciales fraccionales.

Objetivo de la Investigación

El objetivo de esta investigación es presentar una derivada biparamétrica y demostrar sus propiedades, formulando versiones extendidas del teorema de Rolle, el teorema del valor medio y el teorema fundamental del cálculo. Además, se busca resolver ecuaciones diferenciales fraccionales utilizando esta derivada.

Metodología de la Investigación

La metodología utilizada incluye una revisión teórica del concepto de derivadas generalizadas, seguida de una demostración formal de propiedades clave de la derivada biparamétrica. Posteriormente, se aplican estas propiedades para desarrollar versiones extendidas

de los teoremas clásicos del cálculo. Finalmente, se resuelven ecuaciones diferenciales fraccionales mediante técnicas analíticas.

Resultados Finales

Se definieron las propiedades de la derivada biparamétrica y se formularon versiones extendidas de los teoremas de Rolle y del valor medio. Además, se presentó el integral biparamétrica asociado a esta derivada, demostrando una versión del teorema fundamental del cálculo para esta nueva operatoria. Finalmente, se resolvieron ejemplos de ecuaciones diferenciales fraccionales utilizando la derivada biparamétrica.

Palabras clave: Derivada Conforme, Derivada Deformable, Derivada Biparamétrica.

Referencias

Ahuja, P., Zulfeqarr, F., & Ujlayan, A. (2017). Deformable fractional derivative and its applications. AIP Conference Proceedings, 1897(1). https://doi.org/10.1063/1.5002416

Fleitas, A., Nápoles, J. E., Rodríguez, J. M., & Sigarreta, J. M. (2021). Note on the generalized conformable derivative. Revista de la Unión Matemática Argentina, 62(2), 443-457.

Guzmán, P. M., Lugo, L. M., Valdés, J. E. N., & Vivas-Cortez, M. (2020). On a new generalized integral operator and certain operating properties. Axioms, 9(2), 69. https://doi.org/10.3390/axioms9020069

Khalil, R., Al Horani, M., Yousef, A., & Sababheh, M. (2014). A new definition of fractional derivative. Journal of Computational and Applied Mathematics, 264, 65-70. https://doi.org/10.1016/j.cam.2014.01.002

Leibniz, G. W. (1962). Letter from Hannover, Germany to Johann G. F. A L'Hôpital. Leibniz Mathematische Schriften, 30(1695), 301-302.

Miller, K. S., & Ross, B. (1993). An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. Wiley.

Tarasov, V. E. (2013). No violation of the Leibniz rule. No fractional derivative. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 18(11), 2945-2948. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2013.04.001

Vivas-Cortez, M., Árciga, M. P., Najera, J. C., & Hernández, J. E. (2023). On some conformable boundary value problems in the setting of a new generalized conformable fractional derivative. Demonstratio Mathematica, 56(1), Article 0212. https://doi.org/10.1515/dema-2022-0212

Vivas-Cortez, M., Lugo, L. M., Valdés, J. E. N., & Samei, M. E. (2022). A Multi-Index Generalized Derivative; Some Introductory Notes. Applied Mathematics and Information Sciences, 16(6), 883-890. https://doi.org/10.18576/amis/160604

Vivas Cortez, M. J. (2022). Khalil conformable fractional derivative and its applications to population growth and body cooling in models. Selecciones Matemáticas.

Vivas-Cortez, M., Awan, M. U., Javed, M. Z., Noor, M. A., & Noor, K. I. (2021). A Study of Uniform Harmonic χ-Convex Functions with respect to Hermite-Hadamard's Inequality and Its Caputo-Fabrizio Fractional Analogue and Applications. Journal of Function Spaces, 2021, Article 7819882. https://doi.org/10.1155/2021/7819882

Vivas-Cortez, M., Fleitas, A., Guzmán, P. M., Nápoles, J. E., & Rosales, J. J. (2021). Newton's law of cooling with generalized conformable derivatives. Symmetry, 13(6), Article 1093. https://doi.org/10.3390/sym13061093.

Función del espacio conformacional en moléculas con uno o dos grados de libertar: Una mirada desde el análisis topológico de datos

Dairo Jose Hernandez, Carlos Alberto Cadavid, Rafael Ramiro Vega, Julio De Luque
djhernandezp@uniguajira.edu.co djhernandp@eafit.edu.co
Universidad de La Guajira, Universidad EAFIT-Medellín, Colombia

Resumen

El análisis del espacio conformacional de moléculas con uno o dos grados de libertad constituye un enfoque crucial para entender sus propiedades y dinámicas estructurales. Estas moléculas, conocidas como isómeros conformacionales o confórmeros, se distinguen por su capacidad de interconvertirse mediante rotaciones en enlaces simples, lo que genera un espacio conformacional que puede representarse como una variedad matemática en un espacio R^N, donde N es el número de átomos en la molécula.

Este espacio conformacional no solo define el conjunto completo de posibles conformaciones, sino que también encapsula funciones críticas para modelar propiedades moleculares y transiciones estructurales. Los avances en herramientas computacionales y teorías como la homología persistente y el análisis topológico de datos (TDA) han permitido reconstruir y analizar este espacio como un conjunto de datos geométricos y topológicos.

En esta investigación, presentamos una metodología para construir un algoritmo desarrollado en Python que integra el software de quimioinformática de código abierto RDKit con TDA y homología persistente, para modelar y construir funciones del espacio conformacional de moléculas con uno y dos grados de libertad. Este enfoque metodológico no solo optimiza la identificación y representación de confórmeros, sino que también abre nuevas perspectivas para el análisis topológico de datos en sistemas moleculares complejos.

Palabras clave: Confórmeros moleculares 1, función del espacio conformacional 2, homología persistente 3, TDA 4.

Referencias

Membrillo Solis, I., Pirashvili, M., Steinberg, L., Brodzki, J., & Frey, J. (2019). Topology and geometry of molecular conformational spaces and energy landscapes.

RDKit: Open-source cheminformatics. https://www.rdkit.org.

Wasserman, L. (2016). Topological data analysis. arXiv. https://arxiv.org/abs/1609.08227.

Puntos de libración del problema colineal restringido de cuatro cuerpos con primarias no esféricas

Fredy Leonardo Dubeibe
fdubeibe@unillanos.edu.co
Grupo de Investigación Cavendish, Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación, Universidad de los Llanos

Resumen

El estudio de modelos matemáticos en problemas de pocos cuerpos constituye un pilar fundamental en la mecánica celeste, proporcionando un marco para comprender las interacciones gravitacionales entre dichos cuerpos. Aunque los problemas de dos cuerpos han sido extensamente abordados desde los trabajos de Kepler y Newton (Newton, 1934), la complejidad aumenta significativamente al considerar problemas de tres o más cuerpos. En esta área, el problema restringido de cuatro cuerpos (R4BP) adquiere especial relevancia al modelar la interacción de un cuerpo de prueba bajo la influencia gravitacional de tres cuerpos primarios (MacMillan & Bartky, 1932).

En este contexto, el problema colineal restringido de cuatro cuerpos (CR4BP) se centra en la configuración en la que tres primarias están alineadas (Moulton, 1900; Pedersen, 1952). No obstante, las aproximaciones tradicionales que asumen cuerpos esféricos limitan la aplicabilidad

del modelo a sistemas reales, ya que las formas de los cuerpos celestes suelen desviarse de la esfericidad, presentándose, generalmente, como oblatas o prolatas. Este trabajo aborda dicha limitación incorporando primarias con formas no esféricas, explorando cómo los parámetros de masa y no esfericidad afectan la dinámica de equilibrio. En este sentido, el estudio busca responder a la pregunta: ¿cómo influyen los parámetros de masa y deformación de los cuerpos primarios en la posición, estabilidad y clasificación dinámica de los puntos de equilibrio en el CR4BP?

El objetivo principal de este trabajo es investigar el impacto combinado de la masa y las no esfericidad de los cuerpos primarios (oblatas o prolatas) en la dinámica de los puntos de equilibrio del CR4BP. Para ello, se emplearon técnicas numéricas avanzadas con el fin de determinar la posición, estabilidad y clasificaciones dinámicas de estos puntos. El modelo asumió que los tres cuerpos primarios poseen formas no esféricas idénticas y masas iguales. Además, se consideró homogeneidad en los parámetros de no esfericidad ($A_0 = A_1 = A_2 = A$), reduciendo así las variables libres. Las ecuaciones de equilibrio fueron resueltas utilizando métodos de alta precisión en FORTRAN 77, mientras que los gráficos resultantes se generaron con el software Mathematica (ver Zotos et al., 2018).

Se exploró exhaustivamente el espacio de parámetros definido por la forma oblata/prolata (A) y la relación de masas (β), analizando la existencia, número y estabilidad de los puntos de libración. Adicionalmente, siguiendo a Osorio-Vargas et al. (2020) y Alrebdi et al. (2022) los puntos de equilibrio fueron clasificados como máximos del potencial efectivo o puntos silla, identificados como ID1 e ID2. Los resultados revelan que la forma y la masa de los cuerpos primarios influyen significativamente en la dinámica de los puntos de equilibrio del sistema. En sistemas con primarios oblatas ($A > 0$), siempre se observan seis puntos de equilibrio. Por el contrario, en configuraciones prolatas ($A < 0$), el número de puntos varía entre 6 y 18, dependiendo de los valores específicos de A y β. Estos puntos incluyen máximos del potencial efectivo y puntos silla (ID1 e ID2), siendo la estabilidad lineal característica de los máximos y las sillas ID2 (Alrebdi, 2024).

El modelo propuesto encuentra aplicaciones en sistemas reales como la dinámica de partículas alrededor de cuerpos celestes con lunas múltiples, sistemas exoplanetarios con planetas periféricos y sistemas estelares triples con masas similares (De Almeida Junior & de Almeida Prado, 2022). Estos hallazgos resaltan la capacidad del modelo para describir configuraciones celestes complejas y amplían el conocimiento en el estudio de la estabilidad y las bifurcaciones en sistemas dinámicos.

Palabras clave: Problemas de pocos cuerpos, sistemas dinámicos, dinámica orbital

Referencias

Alrebdi, H. I., Al-mugren, K. S., Dubeibe, F. L., Suraj, M. S., & Zotos, E. E. (2024). On the equilibrium points of the collinear restricted 4-body problem with non-spherical bodies. *Astronomy and Computing*, 48, 100832.

Alrebdi, H. I., Dubeibe, F. L., Papadakis, K. E., & Zotos, E. E. (2022). Equilibrium dynamics of a circular restricted three-body problem with Kerr-like primaries. *Nonlinear Dynamics*, 107(1), 433-456.

De Almeida Junior, A. K., y de Almeida Prado, A. F. B. (2022). Comparisons between the circular restricted three-body and bi-circular four body problems for transfers between the two smaller primaries. *Scientific Reports*, 12(1), 4148.

MacMillan, W. D., y Bartky, W. (1932). Permanent configurations in the problem of four bodies. *Transactions of the American Mathematical Society*, *34*(4), 838-875.

Moulton, F.R. (1900). On a class of particular solutions of the problem of four bodies. *Transactions of the American Mathematical Society.* 1 (1), 17–29.

Newton, I. (1934). Principia Mathematica. *Book III, Lemma V, Case, 1*, 1687.

Osorio-Vargas, J. E., González, G. A., y Dubeibe, F. L. (2020). Equilibrium points and basins of convergence in the triangular restricted four-body problem with a radiating body. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 30(02), 2030003.

Pedersen, P., 1952. Stabilitaetsuntersuchungen im restringierten vierkoerperproblem. *Publ.: Publ. Og Mindre Meddeler Fra Kobenhavns Obs.* 159, 1–38.

Zotos, E. E., Dubeibe, F. L., y González, G. A. (2018). Orbit classification in an equal-mass non-spinning binary black hole pseudo-Newtonian system. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 477(4), 5388-5405.

Modelo matemático para la administración personalizada de insulina en pacientes diabéticos

Jorge Mauricio Ruiz Vera , Edward FabianaPanqueba
jmruizv@unal.edu.co, epanqueba@unal.edu.co
Departamento de Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo matemático innovador para optimizar la administración de insulina en pacientes diabéticos. Al abordar el problema desde una perspectiva de control óptimo, se busca determinar la dosis de insulina ideal en cada momento, considerando las fluctuaciones en los niveles de glucosa y las características individuales del paciente. Se desarrolla un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que describe la interacción entre la glucosa y la insulina en el organismo. Este modelo incorpora parámetros biológicos relevantes,

como la tasa de producción de glucosa por el hígado y la sensibilidad a la insulina. Se formula un problema de control óptimo con el objetivo de minimizar las desviaciones de los niveles de glucosa respecto a un rango saludable. Se utiliza el método de programación cuadrática secuencial para resolver numéricamente este problema. Mediante simulaciones numéricas se evalua el desempeño del modelo y del controlador óptimo en diferentes escenarios clínicos. Los resultados muestran que el modelo propuesto es capaz de predecir con precisión los niveles de glucosa y de generar estrategias de administración de insulina personalizadas.

Este trabajo demuestra el potencial de las matemáticas para mejorar la calidad de vida de las personas con diabetes. Al combinar herramientas teóricas y computacionales, se ha desarrollado un modelo que puede servir como base para el diseño de dispositivos médicos inteligentes y para la personalización de los tratamientos.

Palabras clave: Diabetes, Ecuaciones diferenciales ordinarias, Optimizacion no lineal.

Referencias

Anusha, S., & Athithan, S. (2021). Mathematical modeling of diabetes and its restrain. *International Journal of Modern Physics C*, *32*(4).

Heinemann, L. (2010). Insulin assay standardization: Leading to measures of insulin sensitivity and secretion for practical clinical care. *Diabetes Care*, *33*(1), 205-206.

Nocedal, J., & Wright, S. (2006). *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media.

Naidu, D. S. (2002). *Optimal Control Systems*. CRC Press.

Obtención de un vector de pesos que integre la opinión de varios expertos a partir de etiquetas lingüística

Elio H. Cables Pérez, Mauricio Muñoz Escalante, Jorge Mario Díaz Matajira, Carolina, Ingrid Betancourt Quiroga, Didier Camilo Sierra Flórez, Carlos Cortés Acuña
ehcables@uan.edu.co, maurmunoz@uan.edu.co, jmatajira@uan.edu.co, carolina.betancourt@uan.edu.co, dsierra23@uan.edu.co, cortesac@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Para la valoración del agua como patrimonio ambiental a partir de la escucha y lo sonoro como *Ejes* de la creación artística, se considera la utilización de métodos de análisis multicriterio y en particular los que se fundamentan en el ideal de referencia, pues el valor de agregación se calcula en función de la separación existentes entre la solución ideal positiva y la solución ideal negativa. Entre los métodos que tienen como principio el ideal de referencia se encuentran los métodos TOPSIS (Hwang y Yoon, 1981), VIKOR (Opricovic, 1998) y RIM (Cables, et al, 2016). Al valorar todos estos métodos se considera la utilización de RIM, pues es el único independiente del conjunto de datos, lo cual permite su utilización para evaluar una sola alternativa.

Todos estos métodos en su modelo de aplicación consideran la utilización de un vector de pesos para indicar la importancia relativa de los diferentes *Ejes* objeto de estudio. Por otra, se considera que este vector de pesos se debe construir a partir de la opinión de diferentes expertos en el agua como patrimonio ambiental desde la escucha y lo sonoro.

Por otra parte, los vectores de pesos utilizados en estos métodos de análisis multicriterio deben cumplir propiedades de un operador de peso promedio (OWA), expresadas a continuación:

- $$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (1)$$

- $w_i \in [0,1]$ (2)

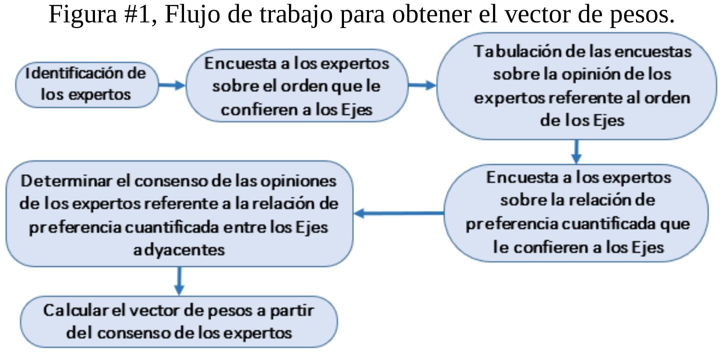
Para la obtención del vector de pesos que cumpla las propiedades de los OWA se pueden utilizar diferentes métodos, tales como:

- Modelos de Programación Matemática (O'Hagan, 1988).
- Orientado por cuantificadores (Yager, 1996).
- Fórmulas analíticas (Ahn y Park, 2008), (Cables y Lamata, 2009).
- Procedimientos (Yager, y Filev, 1994).
- Prioridad de los criterios (Yager, 2009).
- Etiquetas lingüísticas para indicar la relación de preferencia cuantificada entre criterios (Lamata, y Cables, 2012).

Sobre la base de lo anteriormente expresado, se considera como objetivo la obtención de un vector de pesos que integre la opinión de varios expertos a través de etiquetas lingüísticas.

Para la obtención del vector de pesos asociado a los *Ejes* identificados, se seleccionaron un total de 16 expertos entre nacionales e internacionales. Luego, se realizaron las etapas que se muestra en la figura siguiente (ver fig. #1), lo cual permitió obtener el vector de pesos sobre la base de la opinión de que emitieron los expertos.

Figura #1, Flujo de trabajo para obtener el vector de pesos.



La aplicación de este flujo de trabajo (Cables, et al., 2022), permitió obtener el vector de pesos para los diferentes *Ejes* identificados (ver tabla #1).

Tabla #1. Orden y pesos obtenido para las siete *Ejes* identificados.

No.	Ejes	Pesos
1	Patrimonio (Tecnología blanda)	0,17700157
2	Patrimonio (Tecnología sostenible)	0,16944662
3	Calidad del agua	0,15502355
4	Sonido patrimoniable	0,13785322
5	Patrimonio (Tecnología disruptiva)	0,12686421
6	Hermenéutica territorial	0,1213697
7	Valoración sonora	0,11244113

Referencias

Ahn, B.S, y Park, H.C. (2008). *Least-squared ordered weighted averaging operator weights*. International Journal of Intelligent Systems, 23:33–49.

Cables, E. y Lamata, M.T. (2009). *OWA weights determination by means of linear functions*. Mathware & Soft Computing. Vol. 16, pp. 107-122, ISSN: 1134-5632.

Cables, E., Lamata, M.T., Verdegay, J.L (2016). *RIM-reference ideal method in multicriteria decision making*. Information Sciences, 1-10.

Cables, E.H., Moreno, F., Lamata, M.T., Gómez, F. (2022). *Quantification of the Risk of ASF Appearance Using OWA Operators*. In: Verdegay, J.L., Brito, J., Cruz, C. (eds) Computational Intelligence Methodologies Applied to Sustainable Development Goals. Studies in Computational Intelligence, vol 1036. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-97344-5_6

Hwang, C.L. y Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making methods and applications*. New York: Springer-Verlag.

Lamata, M.T. y Cables, E. (2012). *Obtaining OWA Operators starting from a linear order and preference quantifiers*. International Journal of Intelligent Systems, Vol. 27, pp.242–258.

M. O'Hagan, M. (1988). *Aggregating template rule antecedents in real-time expert systems with fuzzy set logic*. pages 681–689.

Opricovic, S. (1998). *Multicriteria optimization of civil engineering systems*. Faculty of civil engineering, Belgrade, 2(1), 5-21.

Yager, R. y Filev, D.P. (1994). *Parameterized andlike and orlike OWA operators*. Int J Gen Syst, Vol. 22, pp. 297–316.

Yager, R. (1996). *Quantifier guided aggregation using OWA operators*. International Journal of Intelligent Systems, 11:49–73.

Yager, R. (2009). *Prioritized OWA aggregation*. Fuzzy Optim Decis Making, Vol. 8, pp. 245–262.

Una caracterización del pensamiento matemático a través de la modelación matemática y la teoría de grafos, en estudiantes de 13 a 15 años

Iván Daniel Losada Ramírez, Nicolás Bolívar,
ilosada48@uan.edu.co, nicolas.bolivar@uan.edu.co,
Universidad Antonio Nariño, Colombia

Resumen

Según Castro (2008), actualmente se aúnan esfuerzos para fomentar el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas en matemáticas, agregando que ésta debe ocupar una posición privilegiada en los procesos de enseñanza debido a su contribución a la formación intelectual y científica. Sin embargo, tal situación promueve en gran proporción la realización de clases tradicionales enfocadas hacia la comprensión de contenidos matemáticos desconociendo el contexto. Por ello, Freudenthal (1991), enfatizó como base de su teoría, que la matemática debe construirse a partir de la realidad propia del aprendiz, llamando a este proceso “matematización horizontal”.

Por lo anterior, es pertinente en esta investigación articular la realidad y la resolución de problemas como lo sustentan Palau, Palomares, & Raffi (2019), donde resaltan que la modelación matemática está relacionada con la resolución de problemas en contextos reales permitiendo el desarrollo de competencias y fomentando las capacidades de exploración y creación en los alumnos. Asimismo, Martínez (2008), manifiesta que uno de los contenidos matemáticos que permiten la matematización de situaciones de forma eficiente, intuitiva y sencilla es la teoría de grafos.

Por tal razón, se plantea como problema de investigación, ¿cómo avanzar en la caracterización del pensamiento matemático a través de la resolución de problemas relacionados con modelación matemática y teoría de grafos en estudiantes entre 13 a 15 años?, y, en aras de resolver el problema formulado, se determina como objetivo general el avanzar en la caracterización del pensamiento matemático por medio de la resolución de problemas de modelación matemática relacionados con teoría de grafos en estudiantes entre 13 a 15 años. Para ello, se pretende caracterizar a partir de las etapas planteadas por el modelo de resolución de problemas definido por (Mason, Burton & Stacey, 2010), articuladas con los niveles propuestos por Freudenthal (1991), de Educación Matemática Realista (EMR), y el esquema de modelación determinado por los autores Kaiser Schwarz (2006), con el apoyo de la teoría de grafos.

En cuanto a la metodología, se presenta desde el paradigma cualitativo con un diseño de investigación acción, cuyo propósito es realizar la triangulación de los tres modelos teóricos de resolución de problemas, Educación Matemática Realista y Modelación Matemática, para encontrar relaciones y diferencias y solucionar el problema planteado.

Dentro de las actividades propuestas se aplicó una encuesta a 12 docentes del área urbana, cuyo fin era el de determinar la percepción que tienen los profesores de secundaria en la enseñanza de la teoría de grafos a partir de la implementación de unidades didácticas que involucran problemas de modelación matemática en la población de estudio. Como hallazgos importantes se evidenció que el 25% de los profesores afirmaron que la teoría de grafos debe estar incluida en los currículos de matemáticas de educación básica secundaria en nuestro país. Además, la totalidad de profesores coincidieron que es interesante la implementación en el aula de problemas de contexto real con el apoyo articulado de la modelación matemática y la teoría de grafos.

Con el objetivo de determinar las nociones básicas que tienen los estudiantes respecto al concepto y representación de un grafo, se diseñó y aplicó una actividad a 13 grupos de 4 estudiantes donde se permitió identificar el nivel de competencias para modelar a partir de un problema llamado “Recorriendo la mano del Gigante”, inmerso dentro de un proyecto Etnográfico del colegio el Limonar, cuyo objetivo central es el de incentivar a los estudiantes a visitar los sitios turísticos del departamento del Huila. Dentro de los principales resultados de esta actividad, se evidenció que todos los grupos realizaron en la etapa de ataque o resolución de modelos matemáticos un proceso de matematización horizontal, a partir de la representación mediante un grafo del problema donde los vértices representaban las distintas atracciones que ofrece el sitio y las aristas los caminos que conducen a ellas. Además, se evidenció en un solo grupo, un proceso de matematización vertical a través de la definición de los elementos del conjunto de vértices pertenecientes a los distintos caminos que respondían a las condiciones de las preguntas del problema. Por último, se observó que ninguno de los grupos en la etapa de ataque o resolución de modelos matemáticos propusiesen conjeturas a partir de casos particulares y, por ende, generalizaciones ni validaciones.

Los resultados de las respuestas dadas por los estudiantes en la actividad didáctica permiten identificar la necesidad de mejorar las competencias de modelación matemática, debido a que ellos solamente llegan a una nivel gráfico y aritmético.

Referencias

Castro Martínez, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. In Investigación en educación matemática: actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. 2008; 34 p.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education: China lectures, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Kaiser, G., & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. ZDM, 38(2), 196-208.

Martínez, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. In Investigación en educación matemática XII (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Palau, C. G., Palomares, I. F., & Raffi, L. M. G. (2019). Modelización matemática en la educación secundaria: manual de uso. Modelling in Science Education and Learning, 12(1), 71-86.

Stacey, K., Burton, L., y Mason, J. (2010). Thinking mathematically. Pearson Education Limited.

Control de velocidad de un Motor DC eléctrico por medio de del método de Runge Kutta

Magtr. Lucía Gutiérrez M, estudiantes Javier Téllez, Álvaro López, Brayan Manrique
lucia.gutierrez.@unimilitar.edu.co *est.javier.tellez@unimilitar.edu.co*
est.alvaroj.lopez@unimilitar.edu.co *est.brayan.manrique@unimilitar.edu.co*
Universidad Militar Nueva Granada

Resumen

En este resumen se presenta el diseño de un controlador de velocidad de un motor DC de tipo eléctrico-electrónico en un carro de juguete eléctrico Ver imagen 1, trabajo realizado gracias a los aportes y contribución académica de la Universidad Militar Nueva Granada asociada al proyecto CIAS 2944.

El objetivo principal es mantener la velocidad constante pasando por diferentes tipos de vías y con diferentes obstáculos en el terreno, evitando cambios fuertes que puedan afectar el desempeño y la estabilidad del sistema. Por lo cual fue importante diseñar un modelo matemático que represente la dinámica eléctrica y mecánica del motor DC utilizando ecuaciones diferenciales de primer orden de la forma

$$\frac{dy}{dt} = f(t,y)$$

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = f(t,y) \\ y(to) = yo \end{cases}$$

Sujeta a las condiciones iniciales dadas.

Luego se implementa el método de Runge Kutta para solucionar las ecuaciones diferenciales implicadas (Bolos V. 2024), gracias a su alta precisión, por ser flexible y aplicable a un gran número de problemas de Ingeniería y por su facilidad en su implementación para programar con diferentes softwares (Smith, J. & Brown, R. 2020) y por último validar la capacidad del sistema para mantener la velocidad constante en las diferentes condiciones operativas.

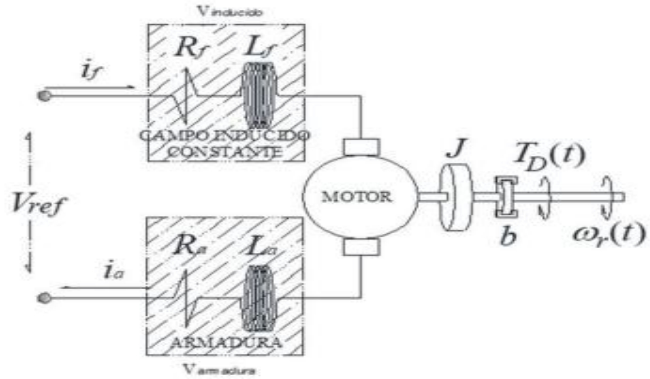


Imagen 1. Prototipo de Motor DC

Para cumplir con los objetivos, inicialmente se describen las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del motor DC, las cuales son la ecuación de tensión (1), que describe el comportamiento eléctrico y la ecuación de dinámica rotacional (2) que modela la mecánica del motor.

$$\frac{di}{dt} = \frac{V - Ri - k_b\omega}{L} \qquad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m i - \beta\omega}{J} \qquad (2)$$

Se establecen las condiciones iniciales para cada ecuación en la ecuación (1) $I(0) = 0$, $V = 12\ v$, $R = 1.5\Omega$, $L = 0.5\ H$. $k_b = 0.01$ constante de fuerza contraelectromotriz $(V/rad/s)$,

Parra la ecuación (2) se tiene $\omega(0) = 0$, y de manera correspondiente se asignan valores proporcionales a las otras variables, para las dos ecuaciones se tiene una partición o un diferencial de tiempo h.

Para solucionar las ecuaciones diferenciales (1) y (2) por aproximación numérica se utiliza el método de Runge Kutta de cuarto orden (RK4) en (Zill, D. 2004) y (E.S.I.M.E. 2014), ver ecuaciones (3), (4), (5), (6) y (7), este método fue seleccionado porque proporciona alta precisión y es adecuado para implementaciones en microcontroladores (Moleros M. 2024).

$$\boldsymbol{y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}[k_1 + 2(k_2 + k_3) + k_4]} \quad (3)$$

Donde el cálculo estimado de pendientes es:

$$\boldsymbol{k_1 = hf(x_i, y_i)} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{k_2 = hf\left(x_i + \frac{h}{2},\ y_i + \frac{k_1}{2}\right)} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{k_3 = hf\left(x_i + \frac{h}{2},\ y_i + \frac{k_2}{2}\right)} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{k_4 = hf(x_1 + h, y_1 + k_3)} \quad (7)$$

Para visualizar los resultados y optimizar el método (RK4), se desarrolló un código en Python utilizando bibliotecas como NumPy (para realizar los cálculos), Pandas (ayuda a exportar datos en Excel) y Matplotlib (permite mostrar la gráfica sobre el comportamiento del sistema).

Luego se analiza el comportamiento del motor durante 5 segundos, utilizando 1000 iteraciones para el método de (RK4) de donde es importante calcular el diferencial de tiempo h.

Evaluando el modelo implementado se pudo presentar los resultados mediante gráficos y tablas que muestran cómo el sistema alcanza la estabilidad en menos de un segundo, ver imagen 2, manteniendo una velocidad constante incluso bajo variaciones de carga.

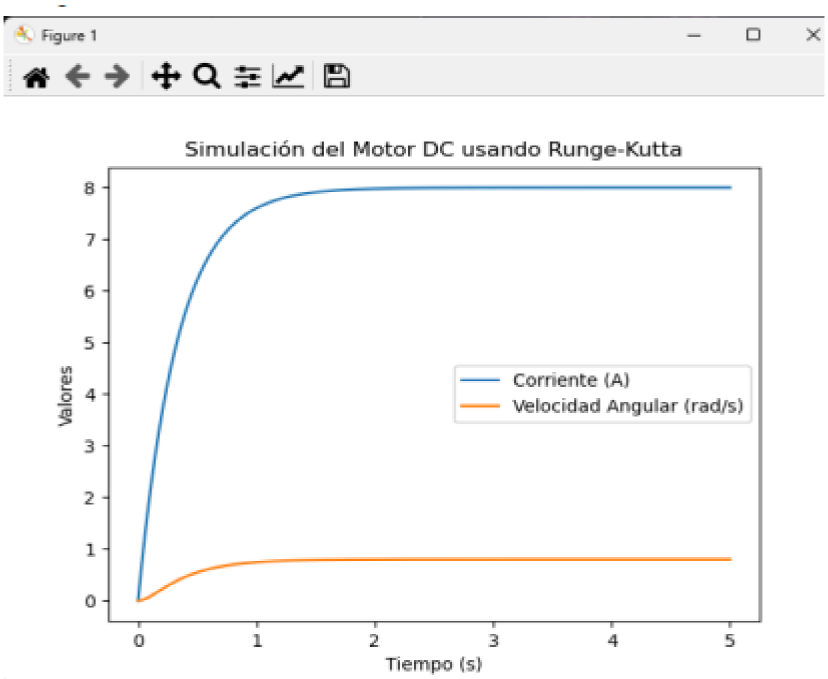


Imagen 2. Modelo Gráfico de la velocidad angular Motor DC en Python.

Conclusiones:

El sistema implementado es efectivo para aplicaciones recreativas y potencialmente utilizadas para la industria.

El modelo de Runge Kutta es útil para el modelado y control de sistemas dinámicos, logrando resultados precisos y eficientes.

La implementación permite reducir la generación de calor y el desgaste mecánico, prolongando la vida útil del motor.

Palabras clave: Motor DC, Velocidad, Control numérico, Runge Kutta

Bibliografía

Bolós, V. (2024). *Matemáticas para modelos dinámicos*. Recuperado de https://www.uv.es/vbolos/docencia/mplmd/apuntes.pdf

Moleros, M. (2024). *Análisis matemático para la ingeniería*. Recuperado de https://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/fdistancia/pie/Analisis%20matematico/Temas/C12_Sistemas_Dinamicos.pdf

E.S.I.M.E. (2014). *Método numérico de Runge-Kutta*. Recuperado de https://esimecuanalisisnumerico.wordpress.com/2014/05/06/metodo-numerico-de-runge-kutta/

Smith, J., & Brown, R. (2020). Modeling and Control of Mechatronic Systems. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 15(2), 123-130. https://doi.org/10.1109/TMECH.2020.1234567

Johnson, M. (2019). Numerical Methods for Engineers. *Journal of Computational Physics*, 250, 180-200. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.09.002

Zill, D. G. (2004). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado* (6.ª ed.). Thomson Learning.

Operaciones matriciales en paralelo implementadas en GPU para resolver el problema de asignación cuadrática (QAP)

Roberto M. Poveda Ch., Orlando García H., Eduardo Cárdenas G.,
rpoveda@udistrital.edu.co, ogarciah@udistrital.edu.co, ecardenasg@unal.edu.co
Universidad Distrital "Francisco José de Caldas", Colombia
Universidad Nacional de Colombia

Resumen

El manejo de matrices y las operaciones elementales entre ellas son esenciales en casi cualquier campo de las matemáticas puras y aplicadas y el tamaño de las mismas es enorme cuando se consideran grandes volúmenes de datos. Cientos de investigaciones se centran en la manipulación de esos datos y procesamiento de ellos en forma vectorial o matricial, por lo tanto, acelerar el manejo de estas representaciones y las operaciones básicas entre ellas es importante. Algunos ejemplos de trabajos con enormes cantidades de datos son (Baesens, 2014) quien habla

sobre la importancia de la big data, el autor expresa textualmente: “Las empresas se ven inundadas por tsunamis de datos recopilados en un entorno comercial multicanal, lo que deja un potencial sin explotar para que los análisis comprendan, gestionen y exploten estratégicamente mejor la dinámica compleja del comportamiento del cliente”. (Poveda, & Gómez,, 2018) utilizaron una GPU para resolver grandes instancias del problema de asignación cuadrática (QAP) considerado un problema fuertemente NP-Hard (Burkard, Cela, Pardalos, & Pitsoulis,, 1998): en este problema la manipulación de matrices de gran tamaño y sus operaciones fue fundamental.

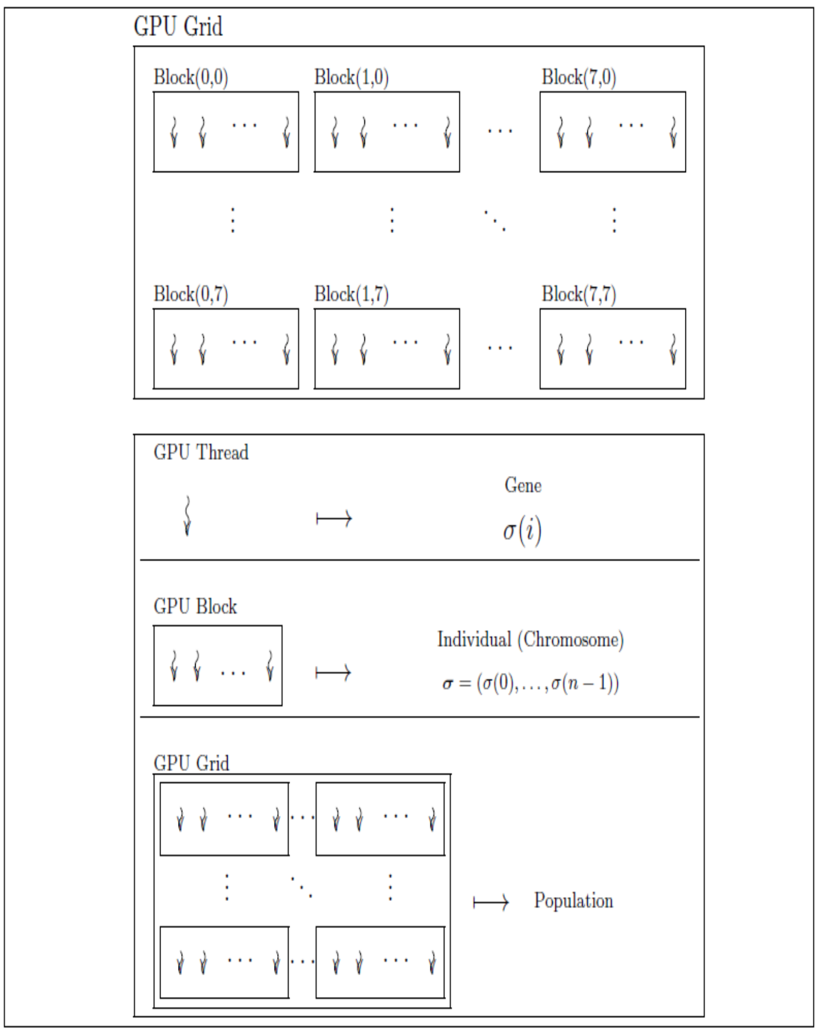
El trabajo presentado en este congreso consiste en mostrar procedimientos **totalmente paralelos** que aceleran operaciones básicas vectoriales como suma y producto interno, así como la operación de multiplicación de matrices para resolver un problema NP-Completo como es el problema de asignación cuadrática (QAP) (Burkard, Cela, Pardalos, & Pitsoulis,, 1998) utilizando algoritmos genéticos paralelos (Tomassini, 1995), (Cantu-Paz, 1999). Todas las operaciones son implementadas en una Unidad de Procesamiento Gráfico (GPU: Graphics Processing Unit, por sus siglas en inglés) (CUDA nvidia, 2016), en sí, esta unidad es un dispositivo de multiprocesamiento distribuido que aprovecha la estructura paralela de las operaciones. La GPU se configura de manera apropiada de tal manera que se minimice el tiempo de procesamiento.

El procedimiento secuencial tradicional de suma de vectores es un procedimiento de orden lineal, mientras el procedimiento paralelo resulta de orden constante.

El procedimiento secuencial tradicional de multiplicación de matrices cuadradas de tamaño $n\ x\ n$ es un procedimiento $O(n^3)$, mientras el procedimiento paralelo resulta de orden n.

Para tratar con grandes instancias del problema de asignación cuadrática una configuración de una retícula GPU bidimensional de tamaño $n\ x\ 8^2$ fue utilizada (n columnas y 64 filas, contrario al orden de matrices del algebra lineal -el tamaño de la población del algoritmo genético es 64). Cada bloque GPU consiste de n GPU hilos activos unidimensionales (128 GPU hilos son definidos en cada GPU bloque, pero solo los n primeros están activos). En general cada GPU bloque consiste de 128 GPU hilos por eficiencia en el procesamiento (Ujaldon, 2015).

La siguiente figura muestra la configuración de la GPU para el algoritmo genético:



Esta exposición quiere hacer énfasis en las operaciones básicas algebraicas vectoriales y matriciales más que a la solución misma del problema QAP.

Referencias:

Baesens, B. (2014). *Analytica in a Big Data World* . New Jersey: Wiley & SAS Business Series.

Burkard, R., Cela, E., Pardalos, P., & Pitsoulis,, P. (1998). The quadratic assignment.

Cantu-Paz, E. (1999). Implementing Fast and Flexible Parallel Genetic Algorithms. In L. Chambers, *Practical Handbook of Genetic Algorithms* (p. 20). Boca Raton: CRC Press.

CUDA nvidia. (2016). Retrieved from https://developer.nvidia.com/cuda-gpus

Pardalos, P., Rappe, J., & Resende, M. (1998). An Exact Parallel Algorithm for the Maximum Clique Problem. In M. A. De Leone R., *High Performance Algorithms and Software in Nonlinear Optimization. Applied Optimization* (pp. 279-300). Boston: Springer.

Poveda,, R., & Gómez,, J. (2018). Solving the quadratic assignment through a fine-grained parallel genetic algorithm implemented on gpus. *ICCCI 2018* (pp. 145-154). Bristol, England: Springer Nature.

Tomassini, M. (1995). A survey of genetic algorithms. *Volume III of Annual Reviews of Computational Physics*, 87-118.

Ujaldon, M. (2015). Programming gpus with cuda. *Tutorial at 18th IEEE CSE'15 and Conferences*.

Interacción depredador-presa en ecosistemas insulares: análisis de tendencias con datos del USGS y series temporales

Nicolás Suárez Gutiérrez, Lucía Gutiérrez Mendoza
nisuarez@unal.edu.co, lucia.gutierrez@unimilitar.edu.co

Universidad Nacional de Colombia, Universidad Militar Nueva Granada

Resumen

El modelo clásico de depredador-presa de Lotka-Volterra es una herramienta matemática que nos ayuda a comprender el comportamiento de las poblaciones de depredadores y presas en un ecosistema. En este estudio, nos enfocaremos en este modelo utilizando series temporales, basándonos en el trabajo realizado por el Centro de Investigación de Ecosistemas de las Islas del Pacífico (USGS), para analizar la dinámica entre las presas (lagartos) y los depredadores (serpientes arbóreas marón). Se llevó a cabo un análisis descriptivo de los datos utilizando el programa R. Los resultados revelaron una tendencia cíclica y negativa en la población de depredadores, mientras que la tendencia de las presas mostró un ciclo leve y positivo.

Palabras Clave: Series de tiempo, modelo presa-depredador, ecosistema, análisis descriptivo.

Introducción

En este trabajo, se emplearon diversas técnicas para el análisis descriptivo de series temporales en el software R, tales como la identificación de tendencias, componentes estacionales y cíclicos. Estos aspectos no son contemplados en el modelo clásico de Lotka-Volterra, el cual se basa en ecuaciones diferenciales donde es indispensable conocer las tasas de crecimiento de las poblaciones de presas y depredadores, así como la constante de éxito del depredador en los encuentros entre ambas. Sin embargo, encontrar estos parámetros para ecosistemas específicos puede ser complejo. Por ende, se hace necesario recurrir a modelos estadísticos que aprovechen toda la información disponible a través de estudios de caso, permitiendo obtener estadísticas suficientes para abordar esta problemática y realizar unos análisis descriptivos que pueden ser valiosos. Los datos sobre las interacciones entre la serpiente arbórea marrón y sus presas (lagartos) en Guam, recopilados por Nafus (2024), fueron procesados en intervalos mensuales desde octubre de 2016 hasta febrero de 2023, fueron usados en este trabajo, dado que ellos solo recopilaron los datos y no realizan ningún modelo matemático que permita analizar sus resultados.

Descripción del trabajo realizado

Al resolver el modelo de Lotka-Volterra en un ecosistema específico, nos enfrentamos a algunas dificultades para determinar las tasas de crecimiento de las poblaciones involucradas y otras constantes presentes en las ecuaciones diferenciales del modelo. Estas dificultades nos llevaron, como autores de esta comunicación, a buscar otras herramientas estadísticas de fácil manipulación con el fin de graficar y analizar el comportamiento de algunas poblaciones presa y depredador para realizar estimaciones sobre su comportamiento. Para el caso de estudio específico, consultamos la base de datos del estudio realizado por Nafus (2024).

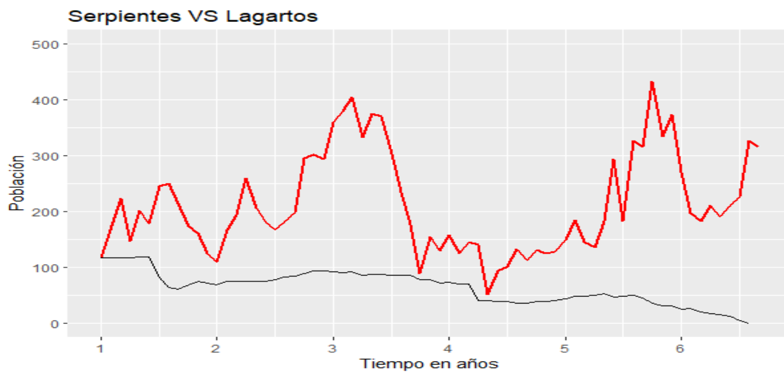
A continuación, se presentan la forma de representación tabular de los datos.

Tabla 1: Nombre de la tabla correspondiente

Tiempo de observación	**Población serpientes**	**Población lagartos**
Jan2017	117	147
Feb2017	118	201
Mar2017	81	178
Apr2017	81	245
May2017	63	250

Notas: En este apartado se agregan las notas referentes al contenido de la tabla.

Figura 1: ambas poblaciones medidas al tiempo



Este trabajo es resultado del trabajo pedagógico realizado por la Universidad Militar Nueva Granada junto con el trabajo estudiantil de la Universidad Nacional del programa de estadística.

Referencias

Meliá G. Nafus. (2024). Guam, datos de población cerrada del USGS (NWFN) relacionados con las interacciones entre la serpiente arbórea marrón y sus presas procesados en intervalos mensuales del 10/2016 al 2/2023. Catálogo de identificadores de objetos digitales del USGS. DOI: 10.5066/P9JQ9HG0

Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). Forecasting: Principles and Practice (3rd ed.). OTexts. Recuperado de https://otexts.com/fpp3/

R Core Team. (2024). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Recuperado de https://www.R-project.org/

Calderón, A. (2024). Notas de Clase Series de Tiempo (pp. 3-53). Universidad Nacional de Colombia

Solución del problema del ladrón viajero (TTP) mediante un algoritmo evolutivo paralelo.

Eduardo Cárdenas G., Roberto M. Poveda Ch., Orlando García H.
rpoveda@udistrital.edu.co, ogarciah@udistrital.edu.co, ecardenasg@unal.edu.co
Universidad Nacional de Colombia
Universidad Distrital "Francisco José de Caldas", Colombia

Resumen

Nuevos problemas importantes en el ámbito científico reflejan características de composicion e interdependencia de otros problemas, por ejemplo, el problema de las rutas vehiculares (en inglés: *Vehicle Routing Problem – VRP*) (Cordeau & Laporte, 2007). Estos problemas pueden ser representados de diversas formas agregando nuevos parámetros o restricciones que aumentan su dificultad. Uno de estos problemas de referencia con características del mundo real que fue recientemente desarrollado corresponde al problema del ladrón viajero (en inglés: Traveling Thief Problem - TTP) creado en 2013 por Bonyadi, Michaelewicz y Barone (Bonyadi, Michalewicz, & Barone , 2013), y corresponde a una combinación de problemas clásicos *NP-Hard* conocidos como lo son el problema del agente viajero (en inglés: Traveling Salesman Problem - TSP) (Lawler & Lenstra,, The traveling salesman problem,, 1985) y el problema de la mochila (en inglés: Knapsack- KP) (Gossett, 2009).

En este problema, un ladrón debe visitar cada ciudad una vez y en cada una de ellas tienen la oportunidad de recolectar artículos y cargarlos en una mochila, los artículos cuentan con unas características que corresponden al peso y a un valor asociado y la mochila cuenta con una capacidad limitada, por lo tanto, el ladrón no puede cargar todos los artículos que encuentre a su paso y es aquí donde se evidencia la interdependencia de los problemas de la mochila y del agente viajero dado que el peso de los artículos disminuye la velocidad con la que el ladrón se

desplaza entre ciudades y por lo tanto su recorrido toma más tiempo lo cual afecta sus ganancias dado que la mochila es rentada. Desde que este problema fue planteado se han propuesto diferentes algoritmos para su solución bien sea por búsquedas locales, evolucionarios, metaheurísticas, entre otros (Blank, Mostaghim, & Deb, 2016), (Wujjts & Thierens, 2019).

El objetivo de esta conferencia es proponer la implementación mediante Unidades de Procesamiento Grafico GPUs (en inglés: Graphic Procesing Unit) (CUDA nvidia, 2016), (Ujaldon, 2015) de un algoritmo genético paralelo que permita encontrar soluciones cercanas al óptimo para un modelo particular del TTP, lo anterior con el fin de encontrar una solución a este tipo de problema que sea eficiente con respecto a las documentadas en la literatura.

A pesar de que los diferentes algoritmos para la solución del TTP han encontrado soluciones para diferentes escenarios, se han hecho muy pocos avances en implementaciones alternas como la aquí propuesta, si bien a la fecha existe alguna propuesta de implementación por GPU (Araujo, Rios, & Coelho, 2018) la misma no cubre en su totalidad la solución del TTP por medio de GPUs como si lo hacen los autores en esta conferencia.

El problema del ladrón viajero es catalogado un nuevo e importante problema de optimización combinatoria que se ha intentado resolver mediante diferentes algoritmos y heurísticas; en esta propuesta se implementa sobre GPUs utilizando un algoritmo genético paralelo (Cantu-Paz, 1999), (Tomassini, 1995) para encontrar soluciones cercanas al óptimo por medio del uso exhaustivo del hardware de multiprocesamiento y el uso adecuado de las características del dispositivo GPU. Los problemas puestos a prueba corresponden a destacados problemas de la literatura (Benchmark Problems- Conjuntos de datos disponibles en: (ttp, 2014) y (TTP14, 2014) y los resultados de la ejecución serán comparados contra otros resultados documentados hasta ahora para determinar la validez de nuestro algoritmo.

Palabras claves: Problema del ladrón viajero (TTP), Algoritmos Genéticos Paralelos, Unidad de Procesamiento Grafico (GPU), Arquitectura unificada de dispositivos de cómputo (CUDA), CUDA C++.

Referencias

Araujo, R., Rios, E., & Coelho, I. (2018). A novel List-Constrained Randomized VND approach in GPU for the Traveling Thief Problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics,* 183-190.

Blank, J., Mostaghim, S., & Deb, K. (2016). *In-Depth Analysis and Characteristics of the Traveling Thief Problem*. Retrieved from http://www.cse.msu.edu/~blankjul/assets/data/thesis_thief.pdf

Bonyadi, M., Michalewicz, Z., & Barone , L. (2013). The travelling thief problem: The first step in the transition from theoretical problems to realistic problems. *IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC*.

Cantu-Paz, E. (1999). Implementing Fast and Flexible Parallel Genetic Algorithms. In L. Chambers, *Practical Handbook of Genetic Algorithms* (p. 20). Boca Raton: CRC Press.

Cordeau, J., & Laporte, G. (2007). Vehicle Routing. Vigo.

CUDA nvidia. (2016). Retrieved from https://developer.nvidia.com/cuda-gpus

Gossett, E. (2009). In *Discrete Mathematics with Proof.* John Willey.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C., & Vecchi, P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 671-680.

Lawler, E., & Lenstra,, J. (1985). *The traveling salesman problem,*. Wiley, Chichester.

Tomassini, M. (1995). A survey of genetic algorithms. *Volume III of Annual Reviews of Computational Physics,* 87-118.

ttp. (2014). *https://cs.adelaide.edu.au/~optlog/research/combinatorial.php*. Retrieved from https://cs.adelaide.edu.au/~optlog/research/combinatorial.php

TTP14. (2014). *https://cs.adelaide.edu.au/~optlog/CEC2014COMP_InstancesNew/*. Retrieved from https://cs.adelaide.edu.au/~optlog/CEC2014COMP_InstancesNew/

Ujaldon, M. (2015). Programming gpus with cuda. *Tutorial at 18th IEEE CSE'15 and Conferences*.

Wujjts, R., & Thierens, D. (2019). Investigation of the traveling thief problem. *GECCO 2019 - Proceedings of the 2019 Genetic and Evolutionary Computation Conference.*

Fundamentos de Geometrotermodinámica

María Nubia Quevedo Cubillos
maria.quevedo@unimilitar.edu.co
Universidad Militar Nueva Granada

Resumen

La geometrotermodinámica (GTD) nace como un formaliso cuya finalidad es expresar algunas propiedades de sistemas termodinámicos en términos de estructuras geométricas. La idea básica de consiste en introducir una métrica, G, en el espacio T, cuya dimensión es (2n+1) para un sistema con n variables independientes. El espacio E, se determina mediante el mapeo suave ø : E → T que en particular se puede expresar como

ø: (Ea) → (Ø ,Ea, Ia) ,

donde Ea, a = 1, ..., n son las coordenadas en E. Además, Ia , a = 0, 1, ..., 2n, son las coordenadas en T. La métrica inducida G debe ser independiente del sistema de coordenadas y además invariante con respecto a transformaciones de Legendre.

El objetivo de esta investigación es establecer un marco formal que permita generalizar la aplicación de la GTD a diversos sistemas, evaluando la viabilidad de las métricas existentes y proponiendo nuevos enfoques geométricos.

La metodología incluye la formulación matemática del espacio de contacto T, la implementación de métricas en sistemas específicos y la validación mediante comparación con datos experimentales o simulaciones previas. Los resultados obtenidos muestran que las métricas tradicionales, como las de Weinhold y Ruppeiner, no son invariantes de Legendre, lo que limita su aplicabilidad en ciertos contextos. Sin embargo, la métrica invariante que se propone tiene por estructura:

$G = \O 2 + (\delta abEaIb)(\delta cddEadId)$

en el que Ø G es una 1-forma de Gibbs, luego la métrica inducida en el espacio de fase E toma la forma

g=$Ead\varphi\ dEa\ \partial 2\varphi\ \partial Ea\partial Eb\ dEa\ dEb$

Y es tal que permite hallar puntos críticos, identificar interacciones y describir adecuadamente sistemas con transiciones de fase complejas.

Palabras clave: Geometrotermodinámica, métrica, independencia de coordenadas, invarianza de Legendre.

Referencias

Quevedo, H. (2007). Geometrothermodynamics. Journal of Mathematical Physics, 48(1), 013506. https://doi.org/10.1063/1.2409524

Quevedo, H., & Quevedo, M. N. (2017). Fundamentals of geometrothermodynamics. arXiv. https://arxiv.org/abs/1705.10647

Ruppeiner, G. (1995). Riemannian geometry in thermodynamic fluctuation theory. Reviews of Modern Physics, 67(3), 605-659. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.67.605

Weinhold, F. (1975). Metric geometry of equilibrium thermodynamics. The Journal of Chemical Physics, 63(6), 2479-2483. https://doi.org/10.1063/1.431689

Bardeen, J. M., Carter, B., & Hawking, S. W. (1973). The four laws of black hole mechanics. Communications in Mathematical Physics, 31(2), 161-170. https://doi.org/10.1007/BF01645742

Un Modelo Matemático para *Comprender la Formación de Opiniones*

Jorge Mauricio Ruiz Vera, Ricardo Cano Macias
jmruizv@unal.edu.co, ricardocm@unisabana.edu.co
Departamento de Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, Universidad de La Sabana

Resumen

¿Por qué las personas piensan de manera tan diferente y, a menudo, se dividen en sus opiniones? Esta charla explora cómo las matemáticas pueden proporcionar herramientas valiosas para comprender la formación y evolución de las opiniones en temas sociales controversiales. Inspirado en dinámicas biológicas como la competencia entre especies, se presenta un modelo matemático que describe el proceso de polarización, incorporando factores clave como la influencia de los medios de comunicación y la interacción social. A través de este enfoque, se destacan las complejidades del cambio de opiniones y las razones detrás de la dificultad para alcanzar consensos.

El modelo propuesto no solo permite visualizar cómo las opiniones pueden volverse más extremas con el tiempo, sino que también ofrece visiones prácticas sobre cómo fomentar el diálogo y la comprensión mutua. Esta charla ilustra la relevancia de las matemáticas en la

educación para la ciudadanía, mostrando cómo el pensamiento cuantitativo puede contribuir a la toma de decisiones informadas y al desarrollo de sociedades más inclusivas y equitativas. La conexión entre conceptos matemáticos y problemas sociales complejos subraya la importancia de integrar modelos matemáticos en el aprendizaje interdisciplinario para fomentar el pensamiento crítico y el análisis de fenómenos reales. Se presentan ejemplos concretos de cómo se han utilizado las ecuaciones diferenciales para estudiar casos reales como las elecciones políticas o las campañas sociales.

Palabras clave: Modelación Matemática, Ecuaciones diferenciales ordinarias, Análisis de Estabilidad, Simulación Numérica.

Referencias

Bassett, Y. (2018). Clave del rechazo del plebiscito para la paz en Colombia. *Estudios Políticos (Universidad de Antioquia), 52*. https://doi.org/10.17533/udea.espo.n52a12

Chagas-Bastos, F. H. (2019). Political realignment in Brazil: Jair Bolsonaro and the right turn. *Revista de Estudios Sociales, 69*, 92–100. https://doi.org/10.7440/res69.2019.0881

Druckman, J. N., Klar, S., Krupnikov, Y., & others. (2021). Affective polarization, local contexts and public opinion in America. *Nature Human Behaviour, 5*, 28–38. https://doi.org/10.1038/s41562-020-01012-5

Hare, C., & Poole, K. T. (2014). The polarization of contemporary American politics. *Polity*, *46*(3), 411–429.

Mouw, T., & Sobel, M. E. (2001). Culture wars and opinion polarization: The case of abortion. *American Journal of Sociology*, *106*(4), 913–943. https://doi.org/10.1086/320294

Weidlich, W. (2006). *Sociodynamics: A systematic approach to mathematical modelling in the social sciences*. Dover Publications.

Incorporando la métrica de Minkowski en la geometrotermodinámica

Juan Sebastián Gómez Botero, María Nubia Quevedo Cubillos
Est.juan.sgomezb@unimilitar.edu.co, maria.quevedo@unimilitar.edu.co
Universidad Militar Nueva Granada

Resumen

La geometrotermodinámica (GTD) es un formalismo geométrico que describe las propiedades de sistemas termodinámicos en términos de conceptos de geometría diferencial. A cada sistema termodinámico se le asocia una variedad diferencial conocida como espacio de equilibrio. Por otro lado, la métrica de Minkowski determina la estructura geométrica de la relatividad especial. El presente trabajo tiene como objetivo estudiar la posibilidad de incorporar la métrica de Minkowski en el formalismo de la GTD mediante una transformación de coordenadas que no necesariamente represente un difeomorfismo.

Se emplea un enfoque analítico para integrar las propiedades de la métrica de Minkowski al espacio de fase y al espacio de equilibrio, considerando las restricciones impuestas por las transformaciones de Legendre. Este análisis permite extender el alcance teórico de la GTD, posibilitando nuevas interpretaciones de los procesos termodinámicos, especialmente en sistemas complejos donde las interacciones relativistas desempeñan un papel crucial. Los resultados obtenidos muestran que la inclusión de esta métrica proporciona una interpretación geométrica novedosa de ciertos procesos termodinámicos, extendiendo el rango de aplicabilidad del formalismo GTD.

Además, este trabajo establece una metodología que podría ser utilizada en futuras investigaciones para incorporar otras métricas geométricas relevantes en la descripción de sistemas. La combinación de la métrica de Minkowski y los principios de la GTD podría contribuir significativamente al desarrollo de modelos más robustos y generales en el campo de la geometrotermodinámica.

Palabras clave: Geometrotermodinámica, métrica de Minkowski, transformaciones de Legendre, geometría diferencial.

Planteamiento del problema

La geometrotermodinámica ha sido ampliamente utilizada para modelar sistemas termodinámicos en equilibrio, empleando conceptos de geometría diferencial para representar las relaciones entre las variables termodinámicas. Sin embargo, el formalismo actual enfrenta limitaciones cuando se busca integrar estructuras geométricas provenientes de otros marcos teóricos, como la relatividad especial, que utiliza la métrica de Minkowski.

La necesidad de extender el formalismo de la GTD radica en comprender mejor los sistemas termodinámicos en contextos que impliquen interacciones relativistas o situaciones donde la estructura geométrica del espacio-tiempo influya en el comportamiento termodinámico. Estas interacciones son particularmente relevantes en sistemas que operan cerca de velocidades relativistas o en condiciones extremas, como en astrofísica o en estudios de plasmas calientes.

El problema central es determinar si la métrica de Minkowski puede incorporarse al formalismo GTD sin romper las propiedades de invariancia termodinámica. Adicionalmente, es necesario investigar cómo las nuevas estructuras geométricas afectadas por esta métrica influyen en las relaciones entre variables como la energía, la entropía y la temperatura. Este planteamiento busca responder preguntas fundamentales sobre la relación entre la geometría y la termodinámica en escenarios previamente inexplorados.

Metodología

Para abordar este problema, se realiza un análisis teórico empleando las herramientas de la geometría diferencial. Se consideran transformaciones de coordenadas que incorporan propiedades de la métrica de Minkowski y se analizan sus implicaciones en las ecuaciones fundamentales de la GTD. Este enfoque permite evaluar la compatibilidad de las nuevas estructuras geométricas con los principios termodinámicos.

Asimismo, se estudian ejemplos concretos de sistemas termodinámicos para ilustrar cómo las modificaciones propuestas impactan las predicciones del modelo. Se incluyen cálculos detallados de las propiedades termodinámicas, así como representaciones gráficas de las mismas para facilitar la interpretación de los resultados.

Resultados esperados

Se demuestra que la métrica de Minkowski puede ser integrada exitosamente en el formalismo GTD, proporcionando una base teórica para extender el uso de la geometrotermodinámica a sistemas relativistas. Además, los resultados podrían abrir nuevas líneas de investigación en la intersección de la geometría diferencial, la relatividad y la termodinámica.

Referencias

H. Quevedo, Geometrothermodynamics, J. Math. Phys. 48 (2007) 013506. [17]

H. Quevedo, A. Sanchez and A. Vazquez, Relativistic like structure of classical thermodynamics, Gen. Relativ. Gravit. 47 (2015) 36.

H. Quevedo, M. N. Quevedo and A. Sánchez, Geometrothermodynamics of van der Waals systems J. Geom. Phys. 176 (2022) 104495

H. Quevedo, Riemannian structure of geometrothermodynamics, (2024) in preparation

Espacios con producto 2-interno flexible refinados

José Sanabria, Osmin Ferrer, Arley Sierra
jose.sanabria@unisucre.edu.co, osmin.ferrer@unisucre.edu.co, arleysierra23@gmail.com
Universidad de Sucre

Resumen

El análisis funcional es una rama del análisis matemático que tiene múltiples aplicaciones en otras ciencias como la ingeniería, la medicina y la física; esta última de especial importancia, ya que la trascendencia de los espacios de producto interno es bien conocida, especialmente los espacios de Hilbert en la mecánica cuántica, ya que los observables cuánticos no son más que operadores auto-adjuntos en un espacio de Hilbert. Por lo tanto, aventurarse en territorios relacionados con el análisis funcional puede traer importantes beneficios dentro de teorías físicas complejas que intentan explicar el universo. En este sentido, el estudio de los conceptos de análisis funcional y sus aplicaciones siempre ha sido de gran interés para los investigadores más apasionados en diversos temas, como los presentados en los libros clásicos de Conway (2007) y Brezis (2011).

En la vida cotidiana, pueden surgir problemas en los que la información es ambigua o incierta, por lo que no pueden resolverse con los métodos matemáticos tradicionales. Ante esto, se han propuesto varias herramientas matemáticas, como la teoría de conjuntos difusos y la teoría de conjuntos flexibles, para abordar este tipo de problemas. El concepto de conjuntos flexibles fue propuesto por primera vez por Molodtsov (1999) como un nuevo enfoque matemático para abordar situaciones difusas y datos imprecisos. Tal como lo describe Molodtsov, la teoría de conjuntos flexibles es una herramienta matemática muy útil para abordar el estudio de problemas relacionados con otras ciencias como la ingeniería, la física, la economía, las ciencias sociales y la medicina, entre otras.

Los conjuntos flexibles han sido utilizados por numerosos académicos e investigadores interesados en la incertidumbre tanto en campos teóricos como aplicados, lo que ha conllevado a que la teoría de conjuntos flexibles se amplíe significativamente y, al mismo tiempo, se aplique de manera directa o híbrida con otras teorías para abordar la incertidumbre en los procesos de toma de decisiones (Korkmaz et al., 2024; Sanabria et al., 2023a; Sanabria et al., 2023b). Por lo anterior, la teoría de conjuntos flexibles representa un campo de investigación en constante y rápido crecimiento.

Los espacios con producto 2-interno son estructuras matemáticas que se introdujeron como generalizaciones de los espacios con producto interno (Cho et al., 2001). Estos espacios han sido estudiados en el contexto de la teoría de conjuntos flexibles por Kadhim (2014), pero en ese estudio faltaba el rigor matemático necesario para establecer resultados relacionados con el análisis funcional, por ejemplo, se enunció la desigualdad de Cauchy-Schwarz sin presentar una demostración de la misma. Al intentar proporcionar nuevos resultados que involucren espacios con producto 2-interno flexible, descubrimos que la noción de independencia lineal flexible considerada en (Kadhim, 2014) no es adecuada para relacionar los espacios con producto 2-interno de la teoría clásica y los espacios con producto 2-interno de la teoría de conjuntos flexibles, algo que es natural en esta área de investigación. De hecho, al revisar las definiciones y resultados dados en (Kadhim, 2014), identificamos algunas falacias, como el hecho de que el Ejemplo 3.2 no corresponde a un producto 2-interno clásico, y mucho menos la aplicación inducida es un producto 2-interno flexible; también detectamos el inconveniente de realizar una demostración formal de la desigualdad de Cauchy-Schwarz en los espacios con producto 2-interno flexible. Nuestro trabajo responde a las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Cómo dar una definición de independencia lineal que permita relacionar con éxito la teoría clásica de los espacios con producto 2-interno con el nuevo concepto de espacios con producto 2- interno flexible?
2. ¿Qué tan apropiados son estos nuevos conceptos para demostrar formalmente la desigualdad de Cauchy-Schwarz y la ley del paralelogramo en este contexto?

Motivados por todo lo anterior, en este trabajo, proponemos el concepto de espacios con producto 2-interno flexible refinados, obteniendo resultados importantes como la desigualdad de Cauchy-Schwarz, que cada producto 2-interno flexible refinado induce un espacio 2-normado flexible refinado y que un espacio 2-normado flexible refinado es inducido por un producto 2-interno flexible refinado, si el espacio 2-normado flexible refinado satisface la ley del Paralelogramo. Para ello, presentamos la definición de vectores flexibles linealmente dependientes refinados en un espacio vectorial flexible, lo que también nos permite demostrar que dado un espacio con producto interno clásico, entonces el producto 2-interno estándar induce un espacio con producto 2-interno flexible refinado. Los resultados presentados aquí, abren una línea de investigación en el contexto de un espacio con producto 2-interno flexible refinado (Sanabria et al., 2025).

Palabras clave: Vectores flexibles, espacio 2-normado flexible refinado, espacio con producto 2-interno flexible refinado

Referencias

Brezis, H. (2011). *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-70914-7

Cho, Y. J., Lin, P. C. S., Kim, S. S., & Misiak, A. (2001). *Theory of 2-inner product spaces*. Nova Science Publishers, Inc.

Conway, J. B. (2007). *A course in functional analysis* (2nd ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4383-8

Kadhim, D. A. (2014). On soft 2-inner product spaces. *Journal of Al-Qadisiyah for Computer Science and Mathematics*, 6(2), 157–168.

Korkmaz, E., Riaz, M., Deveci, M., & Kadri, S. (2024). A novel approach to fuzzy N-soft sets and its application for identifying and sanctioning cyber harassment on social media platforms. *Artificial Intelligence Review*, 57(14), Article 14, 22 pages. https://doi.org/10.1007/s10462-023-10640-y

Molodtsov, D. (1999). Soft set theory—First results. *Computers & Mathematics with Applications*, 37(1), 19–31. https://doi.org/10.1016/S0898-1221(99)00056-5

Sanabria, J., Álvarez, M., & Ferrer, O. (2023a). Fuzzy set and soft set theories as tools for vocal risk diagnosis. Applied Computational Intelligence and Soft Computing, 2023, Article 525978, 12 pages. https://doi.org/10.1155/2023/5525978

Sanabria, J., Ferrer, O., & Sierra, A. (2025). On soft refined 2-normed spaces. *Journal of Mathematics and Computer Science*, 37(), 1–19. http://dx.doi.org/10.22436/jmcs.037.01.01

Sanabria, J., Rojo, K., & Abad, F. (2023b). A new approach of soft rough sets and a medical application for the diagnosis of Coronavirus disease. *AIMS Mathematics*, 8(2), 2686–2707. https://doi.org/10.3934/math.2023141

TSG 6. Uso de las tecnologías en el aprendizaje de la matemática.

Una experiencia desde el aprendizaje significativo para la enseñanza de área y perímetro en secundaria

Víctor Manuelle Barbosa Ariza
vbarbosaariza@gmail.com
Universidad Antonio Nariño

Resumen

En la formación matemática de los estudiantes la comprensión de conceptos ha generado obstáculos y frustración, ocasionando bajos resultados académicos (Núñez et al, 2005). En Colombia esto se evidencia por medio de las pruebas SABER del año 2022 de grado donde los estudiantes no están desarrollando competencias matemáticas. Por otro lado, existe una diferencia entre los resultados de colegios públicos y privados, según Aristizábal et al. (2019) la brecha se debe a factores como la infraestructura, recursos tecnológicos, número de estudiantes por salón de clases, el uso estrategias didácticas por parte de los docentes; así como aspectos individuales, sociales y familiares. Según Orcos et al. (2019) el aprendizaje de las matemáticas se relaciona al uso de fórmulas y algoritmos, pero no se desarrollan competencias en solución de problemas. Esto ocasiona que los estudiantes relacionen conceptos como área y perímetro únicamente con fórmulas, dejando de lado la conceptualización y afirmando una enseñanza tradicionalista en las aulas de clase. Es por lo que, el objetivo de la investigación fue evaluar una estrategia de enseñanza para mejorar la comprensión y aplicación de los conceptos de área y perímetro por medio del aprendizaje significativo. La metodología fue cualitativa con enfoque descriptivo, participaron 20 estudiantes de grado 9 de un colegio público en Bogotá. Se realizó el diseño una estrategia de enseñanza bajo las fases del aprendizaje significativo. En la fase inicial se identificaron los conocimientos previos que tenían los estudiantes a través del diseño de un plano del colegio. Durante la fase intermedia los estudiantes midieron los lugares del colegio

para fortalecer los conceptos de área y perímetro, se utilizó Google Earth para contrastar y corregir los planos. En la última fase, los estudiantes volvieron a realizar el plano teniendo en cuenta las medidas y el uso de escalas. Los resultados de la investigación se analizaron a través de las fases del aprendizaje significativo. En la primera fase se evidenció que los estudiantes tuvieron buena orientación espacial a la hora de ubicar los lugares en relación con entrada. Además, fueron capaces de reconocer las figuras geométricas del colegio. Esto los ubica el nivel 1 de los niveles de razonamiento geométrico (Van Hiele, 1986). Demostraron un buen trabajo cooperativo ya que compartían objetivos y metas en común logrando realizar la actividad propuesta por el docente (Johnson y Johnson,1999). En la segunda fase, se comprobó que las herramientas tecnológicas como Google Earth contribuyen al proceso de formación de los estudiantes, logrando profundizar conceptos como área y perímetro, según Guaya (2023) esto se debe a que los entornos virtuales son innovadores para el aprendizaje, permitiendo que sea mucho más flexible y divertido. En la fase final, los grupos mejoraron significativamente en el diseño del plano de su colegio, en comparación con el primero. Los estudiantes tuvieron en cuenta las medidas a escala, el perímetro y forma de los lugares, así como al área que ocupa cada lugar con relación al área total del colegio; la ubicación de los lugares respecto a la entrada principal. La implementación demuestra que el aprendizaje significativo permite desarrollar competencias y mantener motivado a los estudiantes en el área de las matemáticas (Quintero et al, 2022).

Palabras clave: Estrategias de aprendizaje, educación matemática y Herramientas tecnológicas

Referencias

Aristizábal, G. C., Rosero, M. D., & Tobar Bedoya, J. (2020). ¿Por qué los colegios privados en Colombia obtienen mejores resultados académicos? Revista Lumen Gentium, 3(1), 9–31. https://doi.org/10.52525/lg.v3n1a1

Guaña Moya. (2023). El papel de la tecnología en la transformación de la educación y el aprendizaje personalizado. Revista Científica FIPCAEC (Fomento De La investigación Y publicación científico-técnica multidisciplinaria). ISSN: 2588-090X. Polo De Capacitación, Investigación Y Publicación (POCAIP), 8(2), 391-403. Recuperado a partir de https://www.fipcaec.com/index.php/fipcaec/article/view/830

Quintero, . J. W., Fernández Hawrylak, M., & Meneses Villagrá, J. Á. (2014). Propuesta didáctica con enfoque constructivista para mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas. UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 10(38). Recuperado a partir de https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/719

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula (Vol. 4). Buenos Aires: Paidós

Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., Alvarez, L., González-Castro, P., González-Pumariega, S., Roces, C., ... & Rodrigues, L. S. (2005, September). Las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. In Actas do VIII Congreso Galaico-Portugués de Psicopedagoxía (pp. 2389-2396). Braga: Universidade do Minho; Universidade da Corunha.

Van Hiele, P.M. (1986). Structure and insight. A theory of mathematics education. Londres, G. Bretaña: Academic Press

Iniciación al álgebra de estudiantes del primer grado de básica primaria mediante el uso de Interfaz Tangible de Usuario

Erika Lizeth Díaz Reyes, Jorge Hernán Aristizábal Zapata.
erikal.diazr@uqvirtual.edu.co, jhaz@uniquindio.edu.co

Universidad del Quindío

Resumen

El álgebra ha desempeñado un papel crucial en diversas disciplinas como la física, la ingeniería, la economía y las ciencias sociales. Su importancia radica en la capacidad de proporcionar una base sólida que permita modelar, analizar y resolver problemas complejos de manera sistemática, ya que es posible representar situaciones del mundo real mediante ecuaciones y fórmulas que faciliten la comprensión y análisis del fenómeno estudiado.

Sin embargo, para muchos estudiantes, el aprendizaje del álgebra presenta desafíos significativos, debido a que se percibe como un conjunto de reglas y fórmulas abstractas, carentes de significado o utilidad práctica (Kaput,1999). Esta percepción puede dificultar su comprensión y aplicación, generando una barrera en el proceso de aprendizaje del álgebra, lo que puede llevar a una desmotivación en los estudiantes. Por lo que, una alternativa para superar estas dificultades es que los docentes implementen estrategias de enseñanza que conecten el álgebra con situaciones prácticas y las tecnologías, además de, que los estudiantes tengan la oportunidad de expresar sus ideas, justificar sus respuestas.

Es así como, incorporar el álgebra en el plan de estudios desde los primeros grados de escolaridad permite que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda y compleja de las matemáticas (Blanton y Kaput, 2005), hecho que les permite estar preparados para abordar conceptos más avanzados en cursos posteriores (Ferrini-Mundy, 2000), por ello, al abordar el álgebra desde los grados iniciales se debe partir desde la enseñanza - aprendizaje del álgebra temprana (Centella, 2023).

Para el abordaje del álgebra temprana, se debe implementar diversos recursos, tanto manipulativos como digitales desde el juego (Diaz y Aristizábal, 2024), como lo son las Interfaces Tangibles de Usuario (TUI) [6], que permiten a los estudiantes explorar, hacer abstracciones, formar conjeturas y realizar interpretaciones, lo que tiene un impacto positivo en su aprendizaje (Ishii, 2008). El uso combinado de estos recursos, se convierten en herramientas eficaces para ayudar a los estudiantes a visualizar y comprender conceptos matemáticos abstractos de manera concreta (Alsina, 2019).

Por lo anterior, se llevó a cabo un estudio exploratorio (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018), con 27 estudiantes del grado primero de una institución educativa rural del departamento del Quindío, del grado primero, cuyo objetivo fue explorar cómo las interfaces tangibles de usuario pueden ayudar a los estudiantes de primer grado a desarrollar habilidades algebraicos en relación con las ecuaciones lineales de una variable. Para alcanzar los objetivos, se diseñó una serie de tareas que involucra una interfaz tangible de usuario usando tarjetas RFID, donde el estudiante desde la observación, la manipulación y la comparación debe hacer abstracciones para encontrar la variable ver Imagen 1, de tal manera que se cumpla una igualdad o ecuación. Además de dos fases previas de reconocimiento de conceptos y de enseñanza. La planificación de las fases se muestra en la Tabla 1.

Figura 1. Experimentación con TUI

Fuente propia.

Tabla 1. Resumen del desarrollo de las fases del estudio exploratorio

Fase	propósito	Desarrollo
Conceptos previos	Identificar conocimiento de colores primarios y secundarios	Se presenta una actividad para que identifique colores y observe los colores resultantes de combinarlos.
Enseñanza	Familiarizar al estudiante la TUI	Se presenta las tarjetas RFID y el lector, se explica como es el uso y se permite la interacción con la TUI
Experimentación	Identificar la dificultad de los problemas	Se presentan los tipos de problemas de la forma $a + x = c,\ x + b = c$, o, $a + b = x$.
Experimentación	Uso de TUI	Se presentan ecuaciones y se procede a ver la influencia del sistema de tarjetas en la resolución de las ecuaciones

Este estudio mostró que: (a) los estudiantes tienen una capacidad natural para pensar de manera algebraicamente, esto puede ser a porque su mente es más flexible y abierta a nuevas ideas, conceptos y que no están condicionados con nociones mecanicistas o memorísticas, hecho que concuerda con (Blanton et. al, 2018), al afirmar que los estudiantes de Educación Infantil pueden desarrollar conocimientos relacionados con el álgebra y con (Hauck y Inchaustegui, 2022), al argumentar que los niños son mucho más capaces de pensar algebraicamente de lo que se pensaba, (b) los estudiantes logran identificar que en una ecuación hay valores constante y variables que, dan como resultado a una igualdad y (c) los estudiantes mediante la uso de TUI, logran determinar los que la variable es el valor que hace verdadera la igualdad en una ecuación de la forma, además que las ecuaciones son de la forma $a + x = c$, $x + b = c$, o, $a + b = x$.

Palabras clave: Algebra temprana, Interfaces Tangibles de Usuario, ecuaciones lineales

Referencias

Alsina, Á. (2019). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 8(1), 1-19.

Blanton, M. L., y Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. Journal for research in mathematics education, 36(5), 412-446.

Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice, 27-49.

Centella, E. L. (2023). Pensamiento funcional de estudiantes de tercero de primaria: un estudio bajo el enfoque del early algebra. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 37, 1277-1298.

Diaz, R. E. L y Aristizábal, Z. J. H (2024). XII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMATICAS Y ESTADÍSTICA. Interfaz Tangible de Usuario para iniciación al álgebra de estudiantes del primer ciclo de educación básica XII, 130.

Ferrini-Mundy, J. (2000). Principles and standards for school mathematics: A guide for mathematicians. Notices of the American Mathematical Society, 47(8).

Ishii, H. (2008). The tangible user interface and its evolution. Communications of the ACM, 51(6), 32-36.

Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. (2018). Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra1. In Mathematics classrooms that promote understanding. Routledge. (pp. 133-155).

Hauck, N. P., & Inchaustegui, Y. A. (2022). Incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. PNA: Revista de investigación en didáctica de la matemática, 17(1), 1-24.

Podcast como recurso en la enseñanza de las Matemáticas en Educación Superior

Pineda-Andrade, Bessy Gabriela
bpineda@unag.edu.hn
Universidad Nacional de Agricultura

Resumen

En el contexto de la educación superior, uno de los mayores desafíos es la enseñanza de las matemáticas debido a su naturaleza abstracta y compleja. Esto se agrava en la brecha entre los métodos tradicionales de enseñanza y las expectativas de los estudiantes nativos digitales, quienes buscan herramientas tecnológicas que se alineen con su estilo de aprendizaje. Además, los docentes enfrentan la necesidad de actualizar sus competencias digitales para mantenerse al día con las demandas educativas modernas.

La falta de integración de recursos como los podcasts en el aula limita el acceso a formas más flexibles y significativas de aprendizaje. Estas actividades permitirán a los participantes de crear un contenido en su catedra de clases, con objetivos de contenido y rubrica de evaluación; que permitirá que los estudiantes tengan una nueva forma de aprender. El docente actualizara sus habilidades de investigación, didáctica, pedagogía y pensamiento crítico a través de competencias digitales adaptadas a estilos de aprendizajes; Campos et al (2023) señalan que los docentes deben

reflexionar sobre las nuevas preferencias hacia los estilos de aprendizajes de los estudiantes que permitan tener aprendizajes significativos esto en respuesta a los estudiantes llamados “nativos digitales”. Moreira (2023) considera que “las políticas de tecnología educativa han de ser escalables y replicables”, en sintonía con ambos autores los docentes deben ir a la vanguardia de la tecnología educativa y poder evolucionar a través del tiempo y no seguir con modelos educativos desfasados.

Como objetivo general se analizará el impacto de los podcasts como herramienta educativa en la enseñanza de las matemáticas en educación superior, con énfasis en la retención de información y el desarrollo del pensamiento crítico. El estudio de investigación es descriptivo y exploratorio para evaluar el uso de podcasts en la enseñanza de matemáticas, se trabajó con un grupo de estudiantes de la carrera de Tecnología Alimentaria (30 estudiantes) quienes elaboraron podcasts con temas relacionados a la su área de estudio y las matemáticas (ejercicios de aplicación). En donde se les compartió los procedimientos de elaboración de un podcast. Los estudiantes mostraron un 87.5 % de mejorar en investigación y un 80 % en la retención de conceptos matemáticos relacionados a su área de estudio.

En conclusión, el uso de podcasts en la enseñanza de matemáticas en educación superior permite abordar eficazmente las necesidades de los nativos digitales, mejorando tanto la comprensión como la aplicación de conceptos matemáticos. Además, fomenta el pensamiento crítico y actualiza las competencias tecnológicas de los docentes y estudiantes, consolidando una pedagogía más inclusiva y efectiva.

Palabras clave: Podcasts, Tecnologías educativas, Nativos digitales Competencias digitales

Referencias

Campos Ortuño, R., Hernández-Serrano, M. J., Renés Arellano, P., & Lena Acebo, F. J. (2023). Los Recursos Educativos Abiertos adaptados a estilos de aprendizaje en la enseñanza de competencias digitales en educación superior.

Moreira-Zamora, V. (2023). Los niños de era digital: estilos de aprendizaje y los retos de la participación. *REVISTA REVICC*, *3*(4), 69–78. https://doi.org/10.59764/revicc.v3i4.35

Anexo:

Enlace con acceso a los podcast trabajados:

https://drive.google.com/drive/folders/1khhpGJ3GwDYlBEt1wfNINRQq60QBwnk3?usp=sharing

Matemáticas y Videojuegos comerciales: Conocimiento matemático a través del contexto del juego

Leslie Guadalupe Ortega García, Marcos Campos Nava, Agustín Alfredo Torres Rodríguez
or295469@uaeh.edu.mx, *mcampos@uaeh.edu.mx*, *agustin_torres@uaeh.edu.mx*
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Resumen

La matemática puede compararse con el acto de jugar, ya que tanto los juegos como esta disciplina se rigen por un conjunto de reglas, las cuales definen objetos que conducen a un objetivo determinado. En el ámbito de la educación matemática, destacan los videojuegos educativos, aunque diseñados para enseñar temas matemáticos específicos, suelen limitarse a ejercicios de cálculos rápidos, sin mayor profundización, y los denominados videojuegos comerciales, que originalmente son creados para entretener, los cuales han demostrado que, sin circunscribirse a un tópico específico, pueden fomentar la resolución de problemas, mejorando la comprensión y retención de conocimientos, favoreciendo la motivación de los estudiantes. No

obstante, su implementación educativa sigue siendo un desafío debido a la falta de estudios empíricos que orienten a los docentes en la identificación de videojuegos comerciales que se ajusten a algún tema matemático de su interés.

En el trabajo de Campos y Torres (2020), estudiantes de licenciatura usaron matrices para resolver el puzle de *Hands of Time* de *Final Fantasy XIII-2*, demostrando que pudieron aplicar estrategias con contenido matemático sin que la actividad los encaminara directamente a usarlas. Inspirados por este enfoque, nuestra propuesta se fundamenta en una investigación en curso que explora cómo los videojuegos comerciales pueden apoyar el aprendizaje matemático a través de problemáticas diseñadas en torno a estos recursos, con el objetivo de identificar los conocimientos matemáticos que emergen de las estrategias empleadas por estudiantes de posgrado en educación matemática.

La investigación, de corte cualitativo, incluyó una revisión de trabajos en revistas científicas sobre didáctica de la matemática para construir el estado del arte. Se realizó un pilotaje previo con la app *ClockPuzzle for Wear*, que emula el videojuego comercial *Hands of Time*, con la participación de dos estudiantes de maestría. Posteriormente, se planearon nuevos pilotajes con más participantes utilizando los videojuegos *LightsPuzzle* y *GridPuzzle,* diseñados específicamente para esta investigación en el motor de videojuegos Unity e inspirados en misiones de videojuegos como *Red Dead Redemption 2* y *Genshin Impact*, respectivamente. Las sesiones fueron grabadas y transcritas para su análisis.

Se optó un enfoque constructivista para el diseño de las actividades, promoviendo la participación activa de los estudiantes y el docente al enfrentar desafíos mediados por el videojuego. También se realizó un análisis matemático previo de los juegos utilizados en los pilotajes. Para analizar las competencias matemáticas de los participantes, se adoptó el enfoque de resolución de problemas de Schoenfeld (1985).

Gracias al pilotaje previo se destacó la habilidad para planificar y representar el contexto del juego mediante diagramas, especialmente, diagramas de árbol como elemento auxiliar, los cuales sugieren dar paso a temas matemáticos más complejos, como la optimización de rutas, vinculadas a teorías avanzadas como la teoría de gráficas. Como resultados preliminares, se puede anticipar que las estrategias implementadas por los estudiantes reflejan patrones de pensamiento que involucran conceptos matemáticos como gráficas, matrices de adyacencia, trayectorias hamiltonianas, lenguaje algebraico y sistemas de ecuaciones lineales en $\mathbb{Z}_2$. Estos resultados pueden guiar el diseño de actividades matemáticas que aprovechen los videojuegos como entornos interactivos, controlados y atractivos para contextualizar problemas, fomentando el razonamiento crítico, permitiendo a los estudiantes relacionar conceptos matemáticos en situaciones prácticas, donde puedan explorar y verificar sus estrategias.

Palabras clave: aprendizaje matemático, videojuegos comerciales, resolución de problemas.

Referencias

Campos, M. y Torres, A. (2020). Empleo de un videojuego como recurso didáctico en la clase de matemática: el caso del Puzzle Hands Of Time. *Revista Conrado, 16(74)*, 201-206.

De Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. *Suma: Revista Sobre Enseñanza y Aprendizaje de Las Matemáticas, 4*, 61-64.

Lacasa, P. (2012). *Los videojuegos. Aprender en mundos reales y virtuales.* Ediciones Morata.

Rogoff, B., Matusov, E. y White, C. (1996). “Models of teaching and learning: participation in a community of learners”. In Olson, D. y Torrance, N. (Eds.), *The handbook of education and human development* (pp. 388-414). Cambridge, MA. Blackwell.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

Conocimientos profesionales de profesores de educación primaria: pensamiento algebraico temprano

Sandra Yolima Ruiz Yacumal
sandray@unicauca.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Este proyecto doctoral investiga los conocimientos profesionales de profesores de primaria, explorando cómo estos emergen durante un experimento de formación centrado en el diseño de tareas matemáticas que integren la educación STEM para desarrollar el pensamiento algebraico temprano. A partir de un análisis del estado del conocimiento sobre las categorías de conocimiento profesional docente, pensamiento algebraico temprano y educación STEM, se adopta la investigación de diseño como metodología, permitiendo la discusión y análisis de tareas con un grupo de docentes en ejercicio. Se espera generar aportes teóricos y metodológicos para diseñar e implementar experiencias de formación profesional.

Palabras clave: Conocimiento profesional docente, Pensamiento algebraico temprano, Investigación de diseño.

Planteamiento del Problema

El desarrollo profesional de los profesores de primaria en matemáticas enfrenta desafíos derivados de la limitada formación específica en este ámbito (Lagies, 2021). La investigación resalta la necesidad de dispositivos de formación que promuevan prácticas reflexivas y continuas, ayudando a los docentes a interpretar y gestionar el conocimiento matemático de sus estudiantes (Llinares & Fernández, 2021) . En particular, se enfatiza la introducción temprana del pensamiento algebraico mediante tareas que conecten la aritmética con el álgebra, explorando patrones y variaciones para fomentar generalizaciones significativas (Somasundram, 2021; Vergel, 2010). Asimismo, la integración de tecnologías digitales permite representaciones interactivas que enriquecen el aprendizaje (Rojano, 2014). Este estudio propone investigar los conocimientos profesionales de los docentes en el diseño de tareas algebraicas tempranas, desde un enfoque construccionista y en consonancia con la educación STEM (Papert & Harel, 1991).

Estado del arte

La formación de profesores de escuela primaria en Colombia se ha centrado históricamente en las Escuelas Normales Superiores, donde los docentes cursan un ciclo pedagógico de dos años. Sin embargo, algunos optan por obtener títulos universitarios en educación o áreas relacionadas. Estos profesores suelen enseñar múltiples materias y establecen una relación cercana con niños de 6 a 10 años, actuando como figuras de referencia. La Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación de la Universidad del Cauca se enfoca en preparar maestros con competencias sólidas para diversas áreas educativas, aunque se ha priorizado disciplinas distintas a las matemáticas. En respuesta a los nuevos retos educativos, ha surgido un creciente interés en investigar el desarrollo profesional de los profesores que enseñan matemáticas (Garner et al., 2023; Lagies, 2021). Esto requiere el desarrollo de dispositivos formativos adaptados a las diversas fases de la carrera docente y a los contextos cambiantes en los que trabajan. Además, la formación continua del profesorado es esencial para responder a estas necesidades y fomentar un conocimiento profesional amplio que integre habilidades y valores (Zapata, 2019).

Metodología

La investigación se enmarca en el paradigma cualitativo en educación, utilizando un enfoque de Investigación de Diseño a través de un experimento formativo dirigido a profesores de primaria. Este experimento se lleva a cabo en ciclos iterativos de planificación, implementación, observación y análisis, resaltando su naturaleza cíclica y la importancia de la retroalimentación constante para mejorar el proceso (McMillan & Schumacher, 2005). Se identifican tres fases en el experimento formativo: la preparación del dispositivo de formación, la implementación y el análisis retrospectivo. Cada fase incluye actividades específicas como clarificar objetivos, documentar el punto de partida de los profesores, recolectar datos y realizar un análisis sistemático para evaluar los aportes del diseño educativo (Fowler et al., 2023). Además, se utilizan diversos instrumentos para registrar cambios y facilitar el análisis de la información durante toda la investigación.

Referencias

Fowler, S., Cutting, C., Fiedler, S. H. D., & Leonard, S. N. (2023). Design-based research in mathematics education: trends, challenges and potential. *Mathematics Education Research Journal*, *35*(3). https://doi.org/10.1007/s13394-021-00407-5

Garner, B., Munson, J., Krause, G., Bertolone-Smith, C., Saclarides, E. S., Vo, A., & Lee, H. S. (2023). The landscape of US elementary mathematics teacher education: course requirements for mathematics content and methods. *Journal of Mathematics Teacher Education*. https://doi.org/10.1007/s10857-023-09593-4

Lagies, J. (2021). Orientation framework of primary school teachers teaching mathematics out-of-field– insights into a qualitative-reconstructive documentary method study. *European Journal of Teacher Education*, *44*(5). https://doi.org/10.1080/02619768.2021.1915978

Llinares, & Fernández. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: características de una agenda de investigación en Didáctica de la Matemática. In *La Gaceta de la RSME* (Vol. 24).

McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa una introducción conceptual* (Posadas; Juan Luis, Ed.; Sánchez; Joaquín Baides, Trans.; PEARSON ADDISON). Pearson Educación.

Papert, S., & Harel, I. (1991). Situating Constructionism. *Constructionism*.

Rojano, T. (2014). El futuro de las tecnologías digitales en la educación matemática: prospectiva a 30 años de investigación intensiva en el campo. *Educación Matemática*, *26*(1).

Somasundram, P. (2021). The Role Of Cognitive Factors In Year Five Pupils' Algebraic Thinking: A Structural Equation Modelling Analysis. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*(1). https://doi.org/10.29333/ejmste/9612

Vergel, R. (2010). La Perspectiva de Cambio Curricular Early-Algebra como Posibilidad para desarrollar el Pensamiento Algebraico en Escolares de Educación Primaria: Una Mirada al Proceso Matemático de Generalización. *11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa*.

Zapata, S. M. (2019). *Transformación Del Conocimiento Profesional Del Profesor De Matemáticas De Primaria En El Contexto Del Pensamiento Algebraico Temprano*. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/14855

La influencia del uso del celular en la vida diaria

Mariana Betsabe Martínez Sandoval, Elsa Edith Rivera Rosales
b.sandoval@uadec.edu.mx; elsarivera@uadec.edu.mx
Universidad Autónoma de Coahuila, México

Resumen

Este análisis aborda el uso del celular y su repercusión en diferentes áreas de la vida cotidiana, considerando tanto sus ventajas como los posibles efectos negativos. Dado que el celular se ha convertido en un recurso fundamental para la comunicación y el entretenimiento, su empleo excesivo puede afectar las emociones, las responsabilidades diarias y las relaciones interpersonales. El propósito principal es proporcionar evidencia sobre la dependencia hacia este dispositivo y sugerir estrategias para un uso equilibrado. Para ello, se aplicó una encuesta a 71 personas, explorando temas como la frecuencia con que revisan su celular, las dificultades para dejar de utilizarlo y los cambios emocionales asociados con su uso. El cuestionario, compuesto por preguntas en formato de escala, permitió evaluar tanto la frecuencia como la intensidad del impacto en actividades diarias y vínculos personales. Los hallazgos revelan que el 62% de los participantes revisa su celular entre 10 y 50 veces al día, reflejando una dependencia moderada. Aunque el 67% no considera difícil dejar de usarlo, un 17% manifiesta cierta dificultad. Respecto a los efectos emocionales, el 1% reporta ansiedad o irritabilidad al no poder utilizar el dispositivo. Además, el 25% admite usar el celular en momentos inapropiados, como durante reuniones o comidas, mientras que el 7% identifica interferencias con sus responsabilidades laborales o académicas. Por otro lado, el 29% señala un leve impacto en sus relaciones personales, y un pequeño grupo menciona efectos significativos. El estudio concluye que, aunque el celular es una herramienta útil y aceptada para las actividades diarias, su uso excesivo puede perjudicar el bienestar emocional y las relaciones interpersonales. Fomentar la conciencia sobre esta dependencia y establecer límites podría ayudar a los usuarios a mantener un equilibrio entre la tecnología y otros aspectos de su vida.

Palabras clave: Celular, dependencia, bienestar emocional, vida diaria.

El uso de los teléfonos celulares es una práctica ampliamente difundida en la sociedad actual; estos dispositivos han pasado a ser herramientas indispensables no solo para la comunicación, sino también para el entretenimiento, la productividad y el acceso constante a la información. No obstante, su uso intensivo puede generar consecuencias negativas, especialmente cuando se convierte en una forma de dependencia tecnológica. Conceptos como "adicción a la tecnología", definida como la dificultad para controlar el uso de dispositivos electrónicos, y los "cambios emocionales relacionados", que incluyen alteraciones en el estado de ánimo como ansiedad o irritabilidad ante la imposibilidad de utilizar el celular, resultan útiles para analizar cómo este fenómeno afecta la vida cotidiana de las personas. Investigaciones recientes han evidenciado el impacto de los teléfonos móviles en áreas como la atención, el bienestar emocional y las relaciones sociales. Los datos muestran que muchas personas revisan su celular decenas de veces al día, lo que puede interferir con sus responsabilidades y actividades diarias, además de ocasionar conflictos en momentos clave, como reuniones laborales o encuentros familiares. Este estudio tiene como propósito examinar los efectos del uso del celular en la rutina diaria, enfocándose en variables como la frecuencia de revisión, la dificultad para dejar de usarlo y las alteraciones emocionales y sociales vinculadas a su uso. Su finalidad es proporcionar evidencia sobre la dependencia al dispositivo y ofrecer recomendaciones que promuevan un uso equilibrado, buscando maximizar los beneficios de la tecnología mientras se minimizan sus posibles efectos negativos.

Referencias

Barrio, P., y Gómez, R. (2015). El impacto del uso excesivo del teléfono móvil en las relaciones familiares. *Revista Iberoamericana de Psicología*, 9(3), 45-58.

Hernández, A., y López, J. (2018). Uso problemático del smartphone y su relación con el estrés académico. *Psicología y Salud*, 28(1), 23-30.

Desarrollo del pensamiento lógico en los niños mediante el uso de un ambiente enriquecido.

Jorge Hernán Aristizábal Zapata, Julián Esteban Gutiérrez Posada.
jhaz@uniquindio.edu.co, jugutier@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío

Resumen

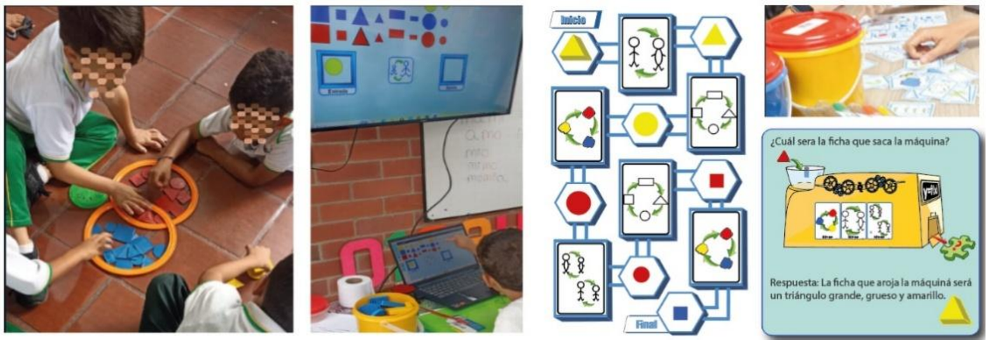
El desarrollo del pensamiento lógico es una habilidad que permite que las personas puedan analizar información, razonar diversas situaciones o argumentos de manera objetiva e identificar patrones, además de, resolver problemas de manera estructurada y coherente. Según (Prado, 2019), el razonamiento lógico permite a los niños analizar información, identificar patrones y formular conclusiones válidas, es por ello, que el pensamiento lógico se debe desarrollar desde las primeras etapas educativas, propiciando en los estudiantes desafíos que reten su intelecto para construir estructuras mentales cada vez más complejas, ya que (Klahr et al., 2011) destacan que el razonamiento lógico temprano fomenta la capacidad de los niños para explorar conceptos científicos de manera sistemática, sentando las bases para un aprendizaje más avanzado.

Por otro lado, el uso de materiales manipulativos y recursos digitales una estrategia que fomenta el desarrollo de habilidades lógicas, creativas y de resolución de problemas ya que permite a los estudiantes explorar, experimentar y aprender de manera activa, lo que facilita la comprensión de conceptos abstractos, y promueve la motivación e interés por el aprendizaje,

argumento apoyado por (Bruner, 1966) quien manifiesta que el aprendizaje activo y basado en la manipulación concreta es esencial para que los estudiantes construyan su propio conocimiento. Según (Moyer, 2001), los manipulativos físicos ayudan a los estudiantes a construir una base conceptual sólida, mientras que los manipulativos digitales facilitan la transición hacia el pensamiento abstracto al proporcionar representaciones dinámicas y adaptativas ya que generan un entorno de aprendizaje atractivo y estimulante (Gizzonio et al., 2021). Esta combinación entre lo manipulativo y lo digital, permite a los estudiantes mejorar las habilidades cognitivas al abordar tareas y problemas desde diferentes perspectivas, lo que promueve un aprendizaje profundo y flexible ya que se convierten en herramientas eficaces para ayudar a los estudiantes a visualizar y comprender conceptos matemáticos abstractos de manera concreta (Alsina, 2019).

Por lo anterior, se llevó a cabo un estudio cuyo objetivo fue analizar la incidencia del uso de material manipulativo y digital para el desarrollo de habilidades lógico-matemáticas de niños mediante la implementación de un ambiente enriquecido en una institución educativa públicas del departamento del Quindío, bajo un enfoque cualitativo el cual "se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en su ambiente natural y en relación con el contexto" (Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. 2018. p. 390). con una muestra de 25 estudiantes segundo grado de una institución educativa del departamento del Quindío con una intensidad de una hora semanal durante 10 semanas. Para alcanzar los objetivos, se diseñó un ambiente enriquecido (Aristizabal y Gutiérrez, 2021) con tareas que involucran el uso de materiales tangibles y digitales, donde el estudiante estudiantes se les entregaban bien fuera unas hojas impresas o material manipulativo como bloques lógicos, aros, tapas, cartas de transformaciones o condicionales o, el software ver figura 1, según la actividad o problema planteado. Así los niños desde la manipulación, la comparación y establecimiento de relaciones debían dar solución a las actividades planteadas, en las cuales se trabajaban las relaciones y transformaciones además de los condicionales y bicondicionales, las implicaciones (and y or).

Figura 1. Experimentación con material manipulativo y digital



Fuente propia.

Este estudio mostró que a través de la implementación del ambiente de enriquecido que integró materiales manipulativos y recursos digitales, se fomentó el desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de manera significativa. El combinar estos recursos, permitió que los |estudiantes se enfrentaran a desafíos de razonamiento lógico-matemático de forma estructurada y dinámica, debido a que la interacción con los materiales manipulativos y digitales facilitó la comprensión de desafíos complejo o abstractos que presentaban diferentes condiciones para su resolución, esto fortaleció las estructuras mentales necesarias para realizar los análisis lógicos al abordar problemas complejos, hecho que ratifican (Reimer y Moyer, 2005), al manifestar que el uso de manipulativos virtuales y digitales en entornos educativos mejora la comprensión conceptual y estimula el pensamiento crítico y el razonamiento lógico matemático, esto refuerza la importancia de integrar estas herramientas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Palabras clave: pensamiento lógico infantil, material manipulativo, recurso educativo digital, ambiente enriquecido

Referencias.

Alsina, Á. (2019). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 8(1), 1-19.

Bruner, J. S. (1966). Toward a Theory of Instruction. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Aristizábal Zapata, J. H., & Gutíerrez Posada, J. E. (2021). Collaborative Spatial Problem-Solving Strategies Presented by First Graders by Interacting with Tangible User Interface. In HCI International 2021-Posters: 23rd HCI International Conference, HCII 2021, Virtual Event, July 24–29, 2021, Proceedings, Part III 23 (pp. 64-71). Springer International Publishing.

Gizzonio, V., et al. (2021). Supporting preschoolers' cognitive development: Short- and mid-term effects of fluid reasoning, visuospatial, and motor training. Child Development, 93(1), 134–149. https://doi.org/10.1111/cdev.13642.

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativas, cualitativa y mixta. Mexico: Editorial Mc Graw Hill Education.

Klahr, D., y Li, J. (2005). Cognitive research and elementary science instruction: From the laboratory, to the classroom, and back. Journal of Science Education and Technology, 14(2), 217-238. https://doi.org/10.1007/s10956-005-4423-5.

Prado, J. (2019). The development of the reasoning brain and how to foster logical reasoning skills. IBE-UNESCO Science of Learning Portal. Recuperado de https://solportal.ibe-unesco.org/articles/the-development-of-the-reasoning-brain-and-how-to-foster-logical-reasoning-skills/

Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). "Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study." *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5-25.

Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 47(2), 175–197.

Recursos pedagógicos para la enseñanza de las matemáticas en contextos rurales

Leidy Vanessa Ruano Canacuan
Leidy.ruano@correounivalle.edu.co
Universidad del Valle

Resumen

Investigaciones como las de Medeiros y Da Silva (2021), Gueudet y Trouche (2021), y Trouche (2018) han destacado el interés por comprender la actividad profesional a través de la interacción con los recursos en el aula. Esto se debe a que los profesores pueden descubrir recursos en diferentes lugares, no solo en la escuela, sino también en casa, por medio de colegas e incluso en familia (Gueudet., 2017). En este sentido, es fundamental comprender el trabajo del profesor en su práctica diaria, considerando sus contextos y fuentes, así como los criterios que utiliza para seleccionar los recursos (Trgalová et al., 2019).

La presente investigación explora la práctica de una profesora de matemáticas de grado séptimo en contextos rurales, dado que es crucial estudiar la práctica docente. Como mencionan Gaona y Arévalo-Meneses (2023) en su revisión bibliométrica, que dejan ver que los temas de interés a nivel global se centran en el docente que enseña y su enseñanza, con un porcentaje del 31.1%. Por ello, en este contexto se analiza la integración de recursos en sus clases, intentando

responder: ¿Qué tipo de recursos integra una profesora de matemáticas en contextos rurales en una clase de séptimo grado?

En este estudio se empleó la metodología de investigación cualitativa, la cual, según Flick (2015), busca comprender las complejas relaciones que se dan dentro de las prácticas en el aula. La investigación adoptó el estudio de caso como estrategia metodológica, en este sentido, se enfoca en la gestión de los recursos de la profesora Lucia, es decir, en cómo selecciona, organiza, adapta y utiliza los recursos en su práctica diaria. Para ello, se analizo el video de una clase de la profesora. Este análisis se hizo en dos partes: primero, un análisis descriptivo que facilitó identificar la estructura general de la clase y, segundo, un análisis categórico que permitió formalizar las categorías de los recursos pedagógicos.

Teniendo en cuenta la descripción de la práctica de la profesora Lucia, se encontró que utilizo recursos como videos, animaciones, talleres y presentaciones en PowerPoint, que lograron una mayor interacción y participación de los estudiantes en clase, así mismo, se hizo la clasificación de estos recursos en tres categorías, los Recursos de Instrucción, Recursos Materiales y Recursos Curriculares.

Palabras clave: Recursos Pedagógicos, Ruralidad, Práctica

Referencias

Flick, U. (2015). El diseño de Investigación Cualitativa.

Gaona, J., & Arévalo, F. (2023, May 8). Análisis bibliométrico temático de 37 revistas especializadas en investigación en educación matemática indexadas en Scopus y Web of Science. https://doi.org/10.35542/osf.io/xraz6

Gueudet, G. (2017). *Mathematics teacher's work with curriculum resources*. https://hal.science/hal-01662515

Gueudet, G., & Trouche, L. (2021). Étudier les interactions professeurs-ressources : questions de méthode. *Éducation & Didactique*, *15*(2), 141–158. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.8883.https://doi.org/10.4000/educationdidactique.8883

Medeiros, D. J., & Silva, I. M. (2021). Recursos de um professor para ensinar conteúdos estatísticos nos anos finais do ensino fundamental em escolas do campo. *Educação Matemática Pesquisa : Revista Do Programa de Estudos Pós-Graduados Em Educação Matemática*, *23*(3), 217–246. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i3p217-246

Trgalová, J., Sokhna, M., Assis, C., Alturkmani, M. D., Espindola, E., Hammoud, R., & Sayah, K. (2019). *Teachers' Resource Systems: Their Constitution, Structure and Evolution*. 197–256. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_9.

Percepción de impacto en el uso de las tecnologías web de la enseñanza de cursos de matemáticas y estadística en estudiantes de la UMNG.

Eliseo Gallo Albarracín; Isnardo Arenas Navarro.
eliseo.gallo@unimilitar.edu.co, isnardo.arenas@unimilitar.edu.co,
Universidad Militar Nueva Granada

Resumen

El término de Evaluación Asistida por Computadora (*Computer Assessment Instruction en inglés*) se refiere al uso de evaluaciones basadas en computadora en el contexto educativo, lo que implica la creación y administración de pruebas y tareas a través de plataformas digitales. Estas evaluaciones se realizan electrónicamente, permitiendo elementos interactivos y retroalimentación inmediata para los estudiantes. Los datos generados por estas evaluaciones se analizan para informar estrategias de enseñanza, y la flexibilidad en cuanto al momento y la

accesibilidad aseguran la inclusión. Esta charla pretende presentar los resultados obtenidos desde la percepción de estudiantes al utilizar sistemas web diseñados para mejorar sus habilidades en matemáticas, mediante el uso de una plataforma WebWork. La plataforma WebWork implementa procesos de generación de preguntas dinámicas aleatorias en temas contenidos en algunos cursos ofrecidos en la Universidad Militar Nueva Granada. En este contexto, se pretendía identificar cómo la aleatoriedad y la dinámica en la generación de preguntas, así como las opciones de múltiples intentos pueden influir en la percepción y el desempeño de los estudiantes. Se realizó un estudio experimental en donde fue seleccionada una muestra de estudiantes, que se encuentran cursando clases de matemáticas y/o estadística. Se recopiló información cuantitativa a través de cuestionarios de percepción y se registraron datos sobre el rendimiento de los estudiantes en las tareas. Los resultados del estudio indican que el uso de una plataforma de tareas con generación de preguntas dinámicas aleatorias, tuvo un impacto positivo en la percepción de los estudiantes hacia el aprendizaje de matemáticas. En general, se pudo observar en los estudiantes una mayor satisfacción y motivación al estudiar matemáticas a través de esta plataforma en comparación con métodos de estudio tradicionales.

Palabras clave: WebWork, Evaluación, Computador

Referencias

M. M. Armas, "Hacer fluir el aprendizaje," International Journal of Developmental and Educational Psychology, vol. 2, no. 1, pp. 299-311, 2019. [Online]. Available: https://www.redalyc.org/jatsRepo/3498/349860126029/html/index.html

[P. Alain and J. Warren, "WeBWorK log files as a rich source of data on student homework behaviours," International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, vol. 52, no. 10, pp. 1540-1556, 2021. DOI: 10.1080/0020739X.2020.1782492.

J. Denny and C. Yackel, "Implementing and teaching with WeBWorK at Mercer University," in Proceedings of the 2005 ASCUE Conference, pp. 12-16, 2005.

R. S. Feldman and A. J. Theiss, "The Teacher and Student as Pygmalions: Joint Effects of Teacher and Student Expectations," Journal of Educational Psychology, vol. 74, no. 2, pp. 217-223, 1980.

P. Fejes, "Measuring Efficiency of Teaching Mathematics Online: Experiences with WeBWorK," Procedia - Social and Behavioral Sciences, vol. 89, pp. 276-282, 2013.

González, M. A. Vázquez, and M. A. Zavala, "La desmotivación y su relación con factores académicos y psicosociales de estudiantes universitarios," Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria, vol. 15, no. 2, e1392, Jul. 2021. [Online]. Available: https://dx.doi.org/10.19083/ridu.2021.1392

S. Hauk and A. Segalla, "Student perceptions of the web-based homework program WeBWorK in moderate enrollment college algebra classes," Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, vol. 24, no. 3, pp. 229-253, 2005. Norfolk, VA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE). [Online]. Available: https://www.learntechlib.org/primary/p/5931/ [Accessed: May 16, 2023].

G. Mares, H. Rocha, O. Rivas, E. Rueda, R. Cabrera, J. Tovar, and L. Medina, "Identificación de factores vinculados con la deserción y la trayectoria académica de los estudiantes de Psicología en la Fes Iztacala," Enseñanza e Investigación en Psicología, vol. 17, no. 1, pp. 189-207, 2012. [Online]. Available: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29223246012

V. L. Uzuriaga, J. J. Arias, D. G. Manco, and I. González, "Algunas causas que determinan el bajo rendimiento académico en el curso de Álgebra Lineal," Scientia et Technica, vol. XVI, no. 44, pp. 286-291, 2010. [Online]. Available: https://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/1849

M. A. Zavala, M. Álvarez, M. A. Vázquez, I. González, and A. Bazán, "Factores internos, externos y bilaterales asociados con la deserción en estudiantes universitarios," Interacciones, vol. 4, no. 1, pp. 59-69, 2018. [Online]. Available: https://doi.org/10.24016/2018.v4n1.103

Analogías para el desarrollo de Habilidades de Visualización Dinámica Tridimensional en geometría dinámica 3D

Edinsson Fernández-Mosquera[1], Marisol Santacruz-Rodríguez[2]
edinfer@udenar.edu.co, marisol.santacruz@correounivalle.edu.co
Universidad de Nariño[1]-Universidad del Valle[1], Universidad del Valle[2]

Resumen

Esta investigación doctoral aborda el desarrollo de Habilidades de Visualización Dinámica Tridimensional (HVD3D) en estudiantes universitarios mediante el aprendizaje de lugares geométricos utilizando herramientas de geometría dinámica tridimensional (GD-3D). Las analogías entre la geometría bidimensional (2D) y tridimensional (3D) se conceptualizan como puentes cognitivos que permiten la transición hacia un razonamiento geométrico más complejo. Según Mammana et al. (2012) las analogías facilitan la conexión entre objetos diferentes mediante similitudes estructurales, proporcionando un enfoque potente para el aprendizaje de la geometría tridimensional. Sin embargo, la falta de formación docente en estrategias pedagógicas y el diseño de actividades tridimensionales sigue siendo un obstáculo significativo en la Educación Matemática (Leung et al., 2023).

El problema de investigación lo planteamos como: ¿Qué habilidades de visualización dinámica tridimensional emergen en el aprendizaje de los lugares geométricos 3D mediante la

integración de analogías y geometría dinámica? Para abordarlo, se diseñaron dos ciclos de enseñanza con actividades que integran analogías, problemas geométricos 3D y herramientas de GD-3D, como Cabri 3D. El objetivo fue analizar cómo estas estrategias fomentan el desarrollo de HVD3D, tales como la construcción interactiva de figuras, el reconocimiento de invariantes geométricos y la rotación tridimensional dinámica.

El enfoque metodológico de esta investigación es cualitativo, basado en la investigación basada en el diseño (DBR) (Bakker & van Eerde, 2015). Se desarrolló en dos ciclos iterativos. En el ***Ciclo 1***, se diseñaron y aplicaron cuatro actividades de aprendizaje centradas en conceptos básicos de lugares geométricos. En el ***Ciclo 2***, se expandió la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) con ocho actividades más complejas, integrando problemas de construcción geométrica tridimensional y exploraciones dinámicas en Cabri 3D. Los datos fueron recolectados a través de transcripciones de audio y video, hojas de trabajo de los estudiantes y registros digitales de sus construcciones en GD-3D. El análisis de datos incluyó codificación abierta y axial para identificar patrones emergentes y categorías relacionadas con los marcos teóricos de Gutiérrez (1996), Del Grande (1990) y Mariotti y Baccaglini-Frank (2018).

Los resultados muestran que las analogías desempeñaron un papel fundamental en el desarrollo de HVD3D, facilitando la transición conceptual desde problemas bidimensionales hacia configuraciones tridimensionales más abstractas. Por ejemplo, en la actividad 7, los estudiantes utilizaron la relación entre triángulos rectángulos y conos para explorar superficies tridimensionales mediante rotaciones dinámicas. Asimismo, en la actividad 8, se observó cómo la transición de parábolas a paraboloides fortaleció la habilidad de identificar invariantes geométricas en superficies complejas.

Tabla 1. Frecuencia con la que se observaron las habilidades de visualización dinámica tridimensional en las actividades del ***Ciclo 2***.

Habilidad de Visualización Dinámica Tridimensional	Actividades de aprendizaje asociadas	
Construcción interactiva		(1, 2, 3)
Reconocimiento de Invariantes		(4, 5)
Rotación dinámica tridimensional		(7, 8)
Visualizador dinámico y predictor		(6, 7, 8)
Analogía entre 2D y 3D		(Todas)

La Tabla 1 ilustra que las analogías entre 2D y 3D están presentes en todas las actividades, mientras que habilidades específicas como la rotación tridimensional dinámica se acentúan en las actividades finales.

Este estudio introduce un marco teórico novedoso para la enseñanza de geometría tridimensional, denominado HVD3D, el cual amalgama los marcos teóricos previos, proporcionando una herramienta analítica y didáctica para diseñar experiencias de aprendizaje significativas. A través de esta investigación, se evidencia que un diseño didáctico que integre analogías y GD-3D no solo mejora la comprensión de conceptos espaciales, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos geométricos avanzados, alineándose con las demandas educativas actuales.

Palabras clave: Analogías, Habilidades de visualización; Geometría Espacial

Referencias

Bakker, A., & van Eerde, D. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example From Statistics Education. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (Issue Chapter 16, pp. 429–466). Springer Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6

Del Grande, J. (1990). Spatial Sense. *The Arithmetic Teacher*, *37*(6), 14–20. https://doi.org/10.5951/at.37.6.0014

Gutiérrez, Á. (1996). Visualization in 3-Dimensional Geometry: in search of a framework. In L. Puig & Á. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference* *for the Psychology of Mathematics Education. Vol. I.* (pp. 3–19). PME. https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf

Leung, A., Baccaglini-Frank, A., Mariotti, M. A., & Miragliotta, E. (2023). Enhancing Geometric Skills with Digital Technology: The Case of Dynamic Geometry. In B. Pepin, G. Gueudet, & J. Choppin (Eds.), *Handbook of Digital Resources in Mathematics Education. Springer International Handbooks of Education* (pp. 1–30). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-95060-6_15-1

Mammana, M. F., Micale, B., & Pennisi, M. (2012). Analogy and dynamic geometry system used to introduce three-dimensional geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *43*(6), 818–830. https://doi.org/10.1080/0020739X.2012.662286

Mariotti, M. A., & Baccaglini-Frank, A. (2018). Developing the Mathematical Eye Through Problem-Solving in a Dynamic Geometry Environment. In N. Amado, S. Carreira, & K. Jones (Eds.), *Broadening the Scope of Research on Mathematical Problem Solving. A Focus on Technology, Creativity and Affect. Research in Mathematics Education Series.* (pp. 153–176). Springer. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-319-99861-9_7

La comunicación audiovisual a través de la producción de contenidos digitales educativos para la resolución de problemas matemáticos.

Yensy Torres Oliva, Osvaldo Rojas Velázquez, Yunior Portilla Rodríguez
yensyt@uho.edu.cu, orojasv@gmail.com, portilla@uho.edu.cu
Universidad de Holguín, Universidad Antonio Nariño, Colombia.

Resumen
Problema:

En las últimas décadas del pasado siglo ha emergido un enfoque comunicativo basado en competencias, pero desde una perspectiva funcional comunicativa en la adquisición y el desarrollo de las habilidades comunicativas para la elaboración de contenidos digitales educativos para el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos. Persiste un predominio de la perspectiva lingüístico-funcional, cognitiva, y didáctica de las habilidades comunicativas, y además es de destacar que los presupuestos teórico-metodológicos establecen indicadores, exigencias y recursos de carácter sociopsicológico.

Propósito u objetivo:

Centraremos la solución el proceso de desarrollo de la competencia comunicativa audio visual para la elaboración de contenidos digitales educativos en la resolución de problemas matemáticos, que nos permitirán la elaboración y caracterización del componente comunicativo de esta competencia digital. En el proceso docente educativo se aplican concepciones y prácticas pedagógicas que estimulan el aprendizaje autónomo y colaborativo de los estudiantes, con mayor uso y aplicación de las tecnologías de la información y las comunicaciones, para la resolución de problemas matemáticos.

Metodología empleada:

La propuesta está sustentada en la elaboración de diferentes métodos con acertado predominio en la investigación cualitativa, la búsqueda y estudio de referentes internacionales de relevancia en el campo de estudio. Además, en la construcción cooperativa del resultado mediante la consulta a especialistas y la periodización de resultados en el desarrollo y elaboración de contenidos digitales educativos para la resolución de problemas matemáticos.

Resultados principales:

Como resultado se describen una caracterización de la competencia audio visual en el desarrollo y elaboración de contenidos digitales educativos para la resolución de problemas matemáticos. Y los resultados de aprendizajes a través de una periodización demostrada en ejercicio profesión y el desarrollo de Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVEA) en la Universidad de Holguín.

Conclusiones:

La propuesta es resultado del ejercicio de la profesión en el desarrollo y elaboración de contenidos digitales educativos desarrollados por especialistas multidisciplinarios del departamento de Tecnología Educativa de la Universidad de Holguín, respaldada por el alto nivel de aceptación en la formación y desarrollo de estudiantes y profesores.

Palabras clave: competencia digital, recursos digitales, audio visual, tecnología

Referencias

Asinsten, J. C. (2007)Producción de contenidos para Educación Virtual. Biblioteca Virtual Educa. Publicación en línea.

Cabrera, C., Díaz, M., Valdivia, V., Flores, P. (2014). Almacén de retos matemáticos. En XV Congreso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: el sentido de las matemáticas. Matemáticas con sentido (XV CEAM). Sociedad Thales, España

Del Toro Rodríguez, M. (2006)Modelo de diseño didáctico de hiperentornos de enseñanza aprendizaje desde una perspectiva desarro-lladora.La Habana, La Habana, Cuba.

García Aretio, L. (2005)Objetos de aprendizaje: ca-racterísticas y repositorios. [España]: BE-NED,2005. Disponible en: http://www.tecnoeducativos.com/descargas/objetos_virtuales_deparedizaje.pdf

Polsani, P. (2003)Use and abuse of reusable learn-ing objects.Journal of Digital Information. Volumen 3, número 4, Estados Unidos, (p. 16). Recuperado de: http://journals.tdl.org/jodi/index.php/jodi/article/view/89. Revisado el 25/04/2014.

Portilla Rodríguez, Y. (2015) OPALE una alternativa para el desarrollo de objetos de aprendizaje. Monografía

Rojas, O. y Vásquez, M. (2016). Retos Matemáticos. Una forma amigable de entender esta ciencia. Revista de divulgación de experiencias pedagógicas MAMAKUNA. N°1 – Diciembre 2015/marzo-2016, ISSN: 1390-9940, pp.38-41

TSG 8. Etnomatemática.

Concepciones del profesorado ecuatoriano sobre Etnomatemática y diálogo de saberes en la Educación Intercultural Bilingüe

Ivonne Amparo Londoño Agudelo, Roxana Auccahuallpa Fernandez, Edgar Alberto Guacaneme Suarez
ialondonoa@upn.edu.co, roxana.auccahuallpa@unae.edu.ec, guacaneme@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, Universidad de los Llanos, Universidad Nacional de Educación

Resumen

En el contexto del Doctorado Interinstitucional en Educación (sede Universidad Pedagógica Nacional) se desarrolla un proyecto doctoral (Londoño-Agudelo y Guacaneme Suárez, 2024) orientado a identificar pautas para la formación de profesores de matemáticas que promuevan el diálogo intercultural en el aula. Como parte de esta iniciativa, se realizó una pasantía doctoral en una universidad del Ecuador, país reconocido por su diversidad cultural, donde coexisten 14 nacionalidades y 18 pueblos indígenas, según la Constitución de 2008. Consecuentemente, el diálogo de saberes allí se considera como un proceso epistémico en el que las racionalidades ancestrales y modernas se entrelazan para construir conocimientos colectivos. En el marco de la pasantía se llevó a cabo un estudio cuyo propósito fue determinar las concepciones que tiene el profesorado ecuatoriano de la Educación Intercultural Bilingüe sobre el diálogo de saberes y su interrelación con la Etnomatemática.

La metodología empleada fue cualitativa, de tipo etnográfico. Los datos proceden de la observación in situ y de entrevistas a siete profesores en ejercicio de cuatro instituciones educativas (UECIB) de las provincias de Chimborazo (Unidad Educativa Intercultural Bilingüe Capitán Giovanni Calles Lascano), Tungurahua (Unidad Educativa Intercultural Bilingüe Casahuala), Pastaza (Unidad Educativa Intercultural Bilingüe San Jacinto) y en la provincia de Azuay (Unidad Educativa Intercultural Bilingüe Shiña).

Entre los resultados obtenidos se encuentran que la etnomatemática permite conectar las matemáticas escolares con su cultura local. Para esa conexión, los profesores utilizan recursos tradicionales como la taptana y la chacana. Los profesores sostienen que el diálogo de saberes es un proceso que históricamente se ha transmitido de manera oral en las comunidades, mostrándole a las nuevas generaciones cómo desempeñarse en sus actividades cotidianas y reconociendo la importancia de sistematizar esos saberes para integrarlos en la práctica docente.

Palabras clave: Diálogo de saberes, Etnomatemática, Profesores, Educación Intercultural Bilingüe

Referencias

Auccahuallpa Fernandez, R. (2020). Situación de la etnomatemática. Journal of Mathematics and Culture, 15(2), 8-27

Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. Revista Educación y Pedagogía, 23(59), 59-66.

Inuca Lechón, J. B. (2017). Yachay Tinkuy o encuentro y confrontación de saberes: genealogía de la interculturalidad y del buen vivir en la educación de los pueblos Kichwas del Ecuador desde mediados del siglo XX. Tesis de doctorado, Flacso Ecuador.

Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: Tensiones, utopías, futuros posibles. Revista Educación y Pedagogía, 23(59) 13-36.

Londoño-Agudelo, I. A, Guacaneme Suárez, E. A., (2024). Pautas para la configuración de la identidad del profesor de matemáticas, para favorecer el diálogo de saberes en clase. Proyecto de tesis doctoral, Doctorado Interinstitucional en Educación sede Universidad Pedagógica Nacional.

Mejía, M. R. (2015). Diálogo-confrontación de saberes y negociación cultural. Ejes de las pedagogías de la educación popular: Una construcción desde el sur. Pedagogía y Saberes, (43) 37-48.

Ministerio de Educación (2013). Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe. Quito.

Pérez Luna, E., & Alfonzo, N. (2008). Diálogo de saberes y proyectos de investigación en la escuela. Educere, 12(42), 455-460.

Quichimbo-Saquichagua, F. F., Verdugo-Guamán, M.E., Sánchez-Jimbo, S. P., y Mendieta Sinche, P. A. (2022). ¿Qué es la interculturalidad? Reflexiones en el contexto ecuatoriano a partir de las voces y visiones de los docentes. Revista Killkana Sociales, 6(1), 35-46.

Salinas, S. C. y Núñez, J. M. J. (2019). Las interculturalidad-es, identidad-es y el diálogo de saberes. Reencuentro. Análisis de problemas universitarios, (66), 10-23.

Santillán, M. L. y Chimba, L. F. (2016). Ishkay Yachay. Propuesta de Educación Intercultural Bilingüe para vigorizar los saberes ancestrales en equivalencia de la modernidad. Quito.

Santos, B. de S. (2019). Educación para otro mundo posible. CEDALC (Vol. 1, Número 69). Clacso.

Tubino, F. (2004). Del interculturalismo funcional al interculturalismo crítico. En M. Samaniego y C. G. Garbarini (Compiladores) Rostros y fronteras de la identidad, (pp. 1-9) Universidad Católica de Temuco.

Valencia, P. O., y Carrillo, A. T. (2011). Lola Cendales González, entre trayectos y proyectos en la educación popular. Revista Colombiana de Educación, 61, 333-357.

STEAM un enfoque intercultural desde la perspectiva indígena del resguardo huellas de Caloto, Cauca, Colombia.

Luz Ayda Muñoz Mamian, Osvaldo Jesús Rojas Velázquez, David Enrique Uribe Suarez
munozmluzayda@uan.edu.co, *orojasv69@uan.edu.co*, *daviduribe246@uan.edu.co*
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Esta investigación explora cómo el enfoque STEAM, combinado con la etnomatemática, el pensamiento visual y la resolución de problemas, puede contribuir a cerrar la brecha entre la educación rural y urbana en el Cauca, Colombia. Las comunidades indígenas enfrentan prácticas educativas descontextualizadas, ajenas a su cosmovisión y Proyecto Educativo Comunitario

(PEC). Este trabajo adopta una etnografía doblemente reflexiva para revitalizar estas prácticas desde las necesidades comunitarias y fortalecer el aprendizaje contextualizado.

En las áreas rurales, la falta de oportunidades y los imaginarios sobre la migración hacia sectores urbanos generan pérdida de identidad y desigualdad. Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2012), una educación útil para la vida debe abordar las necesidades locales, promoviendo competencias laborales, emprendimiento y transformación rural. Este estudio contribuye a este objetivo diseñando un modelo pedagógico que articula saberes tradicionales y disciplinas STEAM en contextos indígenas, consolidando un HUB educativo para reflexionar sobre la enseñanza de la geometría en contextos diversos.

El problema se centra en cómo mejorar el aprendizaje de la geometría a través de artefactos y el diálogo de saberes en el resguardo Huellas de Caloto. Se propone un modelo pedagógico que vincule etnomatemática, STEAM, pensamiento visual y resolución de problemas, enfocado en la elaboración de mochilas, casas ancestrales y herramientas de pesca.

Estas actividades reflejan conocimientos culturales y promueven aprendizajes teóricos aplicados, contextualizados y sostenibles.

La etnomatemática (D'Ambrosio, 2000) considera las matemáticas practicadas por grupos culturales y su relación con la cotidianidad. La geometría se aborda como una disciplina multifacética (Camargo & Acosta, 2012), mientras que el pensamiento visual se analiza a partir de categorías como manipulación y representación geométrica (Rojas, 2009). Además, la resolución de problemas sigue el enfoque de Pólya (1945). Este modelo redefine STEAM como EtnoSTEAM, integrando disciplinas científicas y artísticas con proyectos creativos basados en saberes locales.

Metodológicamente, la investigación es cualitativa y emplea una etnografía doblemente reflexiva (Dietz, 2011), estructurada en fases EMIC (caracterización de la comunidad), ETIC (diseño pedagógico) y EMIC-ETIC (reflexión para el HUB).

Los resultados destacan la capacidad del enfoque EtnoSTEAM para conectar aprendizajes teóricos y prácticos. En la elaboración de mochilas, se analizan conceptos como simetría y proporción; en las casas ancestrales, se integran sostenibilidad, resistencia de materiales y manejo de recursos naturales. Este enfoque promueve una educación contextualizada, culturalmente significativa y orientada a la sostenibilidad.

Referencias

Camargo, L. & Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. Tecné, Episteme y Didaxis, (32), 4-8.

D'Ambrosio, U. (2000). Etnomatemáticas entre las tradiciones y la modernidad. México: Díaz Santos.

Dietz, G. (2011). "Hacia una etnografía doblemente reflexiva". Revista de Antropología Iberoamericana, 6(1), 3-26.

MEN (2012). Manual para la Formulación y Ejecución de planes de Educación Rural: Calidad y equidad para la población de la zona rural.

Pólya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Rojas Velázquez, O. J. (2009). Modelo didáctico para favorecer la enseñanza aprendizaje de la geometría del espacio con un enfoque desarrollador.

Propuesta Didáctica: Diseño de situaciones de aprendizaje fundamentadas bajo el marco de la enseñanza de las Matemáticas para la justicia social

María Fernanda Madrigal Cogollo, Paola Alejandra Balda Álvarez
mfmadrigalc@upn.edu.co, pabaldaa@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional

Resumen

En este texto se presentan los resultados de una monografía realizada en el marco de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. La monografía tiene como objetivo principal diseñar situaciones de aprendizaje para estudiantes de grado noveno en el marco de la Enseñanza de las Matemáticas para la Justicia Social (EMpJS). El marco teórico se basa en los fundamentos de la EMpJS, y la metodología principal es el diseño de situaciones de aprendizaje, las cuales posteriormente fueron piloteadas con estudiantes de grado noveno de una institución del sector público de Colombia. El propósito de este pilotaje reportó la importancia de destacar la enseñanza de las matemáticas basada en los principios de la equidad y la justicia social teniendo en cuenta la participación crítica, empoderamiento, cooperación, diálogo y la relación de las matemáticas con contextos de injusticia social. Esta propuesta permite presentar a los profesores un material que permita contribuir a transformar la

enseñanza de las matemáticas en un instrumento para transformar y en pro de promover la justicia social.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas para la Justicia Social, Noveno, Matemáticas, Educación matemática.

La fundamentación de esta monografía se centra en la necesidad de transformar la enseñanza de las matemáticas incluyendo los contextos de injusticia social y por ende su relación con realidades de los estudiantes. Además, se basa en que la educación matemática debe ser inclusiva y equitativa, para así promover un pensamiento crítico en los estudiantes sobre como las matemáticas pueden ser una herramienta para contribuir a cambios significativos en contextos de desigualdad social. La necesidad de abordar situaciones sociales y la importancia de relacionar las matemáticas en diversos campos, disciplinas y las vidas cotidianas permiten dar a conocer la relevancia de estas conexiones en pro de empoderar a los estudiantes para que se conviertan en agentes de cambio social.

La metodología utilizada en la monografía fue el diseño de situaciones de aprendizaje que se pilotó con estudiantes de grado noveno de una institución pública de Colombia. Se aplicaron siete situaciones de aprendizaje, cada una vinculada a contextos de injusticia social y con un objeto matemático especifico. Las situaciones de aprendizaje se estructuraron en cuatro momentos la esencia de cada momento se basó en: conocimiento sobre la injusticia, uso de las matemáticas para comprender la injusticia, empoderamiento para proponer soluciones y el cierre reflexivo.

Los resultados de la investigación evidenciaron que los estudiantes adquirieron una mayor conciencia crítica sobre las injusticias sociales a través del empoderamiento y la actitud propositiva al proponer soluciones utilizando las matemáticas. Las situaciones de aprendizaje diseñadas facilitaron relaciones entre objetos matemáticos y la realidad de los estudiantes fortaleciendo su pensamiento crítico y reflexión sobre su rol en la sociedad.

Referencias

Molfino, V., y Ochoviet, C. (2019). Enseñanza de la Matemática para la justicia social en cursos de postgraduación. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 139-162.

Suavita-Ramírez, M., y Méndez Romero, R. (2020). Germina: pensar la justicia social en educación. Reflexiones Pedagógicas, 20.

Molfino, V., Ochoviet, C., y Colombo, A. (mayo de 2019). Enseñanza de la matemática para la justicia social en cursos de postgraduación. Repositorio cfe. Obtenido de Repositorio cfe: https://repositorio.cfe.edu.uy/bitstream/handle/123456789/490/Colombo%2CA.Unmundofeliz.pdf

Una libra de etnomatemáticas: explorando la diversidad conceptual de la libra a través de un análisis etnomatemático

Moisés David Asís Mantilla, Mauricio García Angulo, Armando Alex Aroca Araujo
mdasis@mail.uniatlantico.edu.co, mauriciogarcia@mail.uniatlantico.edu.co, armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co
Universidad del Atlántico

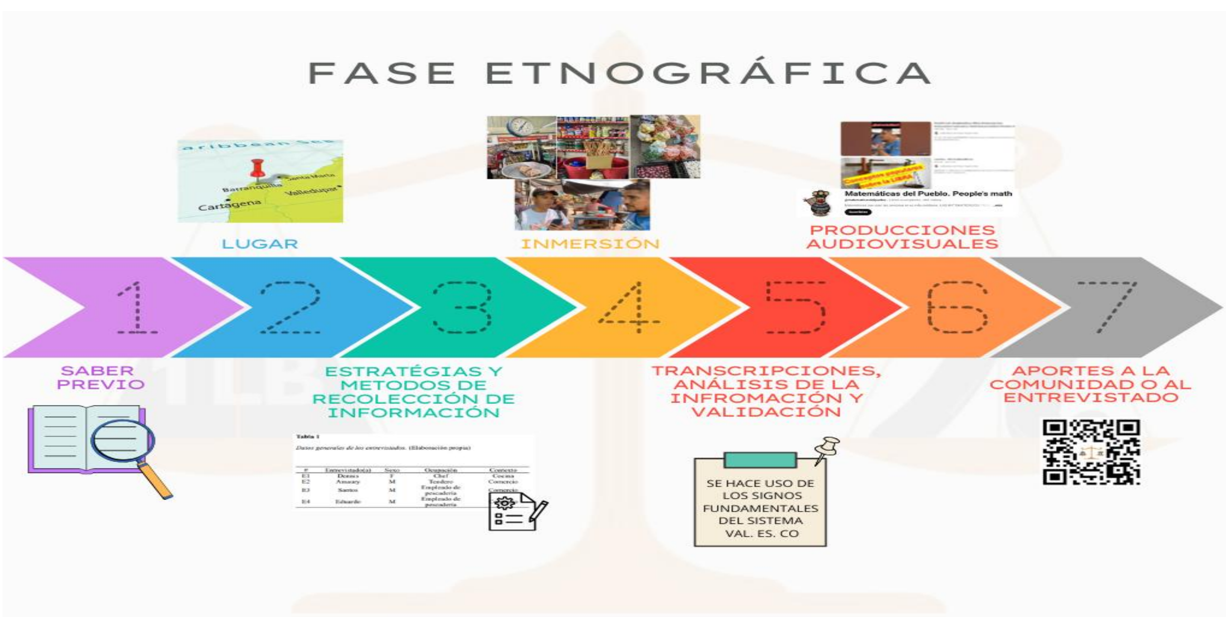
Resumen

El problema de investigación consistió en la identificación de diversas concepciones que tienen algunas personas acerca de la Libra. El objetivo principal de esta investigación fue comprender las concepciones que tienen las personas sobre la Libra como unidad de medida, qué significado le asignan, su origen, las formas de medir esta unidad, sus usos, entre otros aspectos teniendo en cuenta diferentes contextos y prácticas.

Este estudio está fundamentado teóricamente en el Programa Etnomatemáticas, debido al soporte teórico y metodológico que ofrece para comprender la diversidad conceptual que tienen las personas sobre la libra. Rosa y Orey (2005) plantean el Programa Etnomatemáticas como un campo de investigación que puede ser descrito como el estudio de la historia de las ideas y prácticas matemáticas encontradas en diversos y específicos contextos culturales. Al ver la Etnomatemática como un programa de investigación nos trasladamos a un panorama más amplio donde conseguimos ver las matemáticas ya no solamente desde una perspectiva disciplinar sino también social, cultural e histórica. La metodología empleada es de tipo cualitativa-descriptiva caracterizada por seguir un método con características etnográficas y se basó en el desarrollo de las siete sub-fases que conforman la Fase etnográfica del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas, propuesto por Aroca (2022).

Figura 1.

Sub-fases de la fase etnográfica. Adaptado de Aroca (2022).



Durante el desarrollo de esta investigación se evidenció una diversidad de perspectivas que existen sobre la Libra como unidad de medida, su relevancia e importancia en diferentes campos, las relaciones de la Libra con otras unidades de medida de peso y la evolución de herramientasutilizadas para la medición de esta. Los resultados obtenidos fueron clasificados así:

• Conocimiento y usos de la Libra.

• Herramientas para la medición de la Libra.

• Relación de la Libra con otras unidades.

• La unidad de medida y su contexto geográfico.

• Ausencia de Libra.

Los resultados aquí nos permiten el diseño de situaciones didácticas particulares que podrían contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula de clases ayudando en el desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas de los estudiantes.

Palabras clave: Libra, Concepciones, Programa etnomatemáticas, Educación matemática.

Referencias

Aroca, A., Cantillo Fuentes, L., & Pupo Paba, N. (2022). ¿Qué entendemos por sistema de medidas? Una perspectiva Etnomatemática. *Amauta, 20*(40), 25-44. https://doi.org/10.15648/am.40.2022.3128.

Aroca-Araújo, A. (2022). Un enfoque didáctico del programa de Etnomatemáticas. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED,* (52), 211- 248. http://doi.org/10.17227/ted.num52-13743.

Atencio Ramírez, M., Gouveia, E. L., & Lozada, J. El trabajo de campo estrategia metodológica para estudiar las comunidades. *Omnia, 17*(3), 9-22.

Ávila, A., (2014). La etnomatemática en la educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(1), 19-49.

Barros Bastida, C., & Barros Morales, R. (2015). Los medios audiovisuales y su influencia en la educación desde alternativas de análisis. *Revista Universidad y Sociedad, 7*(3), 26-31.

Benítez-Pérez, A. (2011). La importancia de los eventos contextualizados en el desarrollo de competencias matemáticas. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 51-60). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa y Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.

Bishop, A. (1999). Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Paidós.

Bonilla, M. D. C. (2017). El Método etnográfico en una investigación etnomatemática en comunidades indígenas peruanas. http://funes.uniandes.edu.co/21391/1/Bonilla2017El.pdf

Castaño, J. (2015). *EL LIBRO de los PESOS y MEDIDAS*. La esfera de los libros.

Cortés, J., Backoff, E., & Organista, J. (2005). ANÁLISIS DE ESTRATEGIAS DE CÁLCULO ESTIMATIVO EN ESCOLARES DE SECUNDARIA CONSIDERADOS BUENOS ESTIMADORES. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 10*(25), 543-558.

Costa, G; da Costa, M. (2010). ETNOMATEMÁTICA: CONCEITO E APLICAÇÕES. https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T22_CC1042.pdf

D'Ambrosio, U., (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(2), 100-107.

De Oliveira Júnior, B., & Mendes dos Santos, E. (2016). Etnomatemática: O ensino de medida de comprimento no 6º ano do ensino fundamental na Escola Indígena Kanamari Maraã-AM, Brasil. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 9*(2), 53-66.

EL TIEMPO. (16 de mayo de 2024). La carne y otros alimentos no se seguirían vendiendo por libras en Colombia: SIC explica por qué. https://www.eltiempo.com/economia/finanzas-personales/sic-explica-que-la-carne-y-otros-alimentos-no-se-deben-vender-por-libras-en-colombia-por-que-

3343386#:~:text=%C2%BFSab%C3%ADas%20que%20la%20libra%20no,del%20sistema%20internacional%20de%20unidades%3F&text=De%20esta%20forma%2C%20el%20gramo,una%20libra%20son%20500%20gramos

Gerdes, P. (2013). Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana. Lima: Ministerio de Educación. https://www.etnomatematica.org/home/wpcontent/uploads/2014/05/libro_bora.pdf

Gómez-Luna, E., Fernando-Navas, D., Aponte-Mayor, G., & Betancourt-Buitrago, L. A. (2014). Metodología para la revisión bibliográfica y la gestión de información de temas científicos, a través de su estructuración y sistematización. *Dyna, 81*(184), 158-163. http://dx.doi.org/10.15446/dyna.v81n184.37066.

Hernández Mendo, Antonio., Castellano, Julen., Oleguer Camerino, Oleguer., Jonsson, G, K., Blanco-Villaseñor, Angel., y Lopes, Antonio. (2014). Programas informáticos de registro, control de calidad del dato, y análisis de datos. *Revista de psicología del deporte, 23*(1), 111-121. https://ddd.uab.cat/record/119078.

infobae. (15 de mayo de 2024). La carne y otros alimentos ya no se pedirán en “libras”: esto explicó la Superintendencia de Industria y Comercio. https://www.infobae.com/colombia/2024/05/16/la-carne-y-otrosalimentos-ya-no-se-pediran-en-libras-esto-explico-lasuperintendencia-de-industria-y-comercio/

Kula, W. (1999). *LAS MEDIDAS Y LOS HOMBRES.* Siglo veintiuno editores.

Laurens, T. Ngilawayan, D., & Pattiasina, J. (2019). Ethnomathematics Study of Islands Indigenous Peoples in Maluku Provinces, Indonesia. Jurnal Pendidikan Progresif, 9(1), 113-122. http://dx.doi.org/10.23960/jpp.v9.i1.201914.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, Matemáticas, ciencia y ciudadanas. Bogotá, Colombia: MEN.

Monroy Silva, M. V., & Narváez Zabala, L. L. (2020). Inmersión en la investigación. Semilleros de investigación como estrategia formativa en la investigación. Caso de estudio: proyecto valoración de la fuerza de agarre y de pinza con dinamometría isométrica en población adulta de bogotá. Encuentro Internacional De Educación En Ingeniería. https://doi.org/10.26507/ponencia.759.

Morales-Garcia, L., & Rodríguez-Nieto, C.A. (2022). Medidas no convencionales en libros de texto mexicanos. Un análisis desde la Etnomatemática y el enfoque Ontosemiótico. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education, 11*(1), 33-70. https://doi.org/10.17583/redimat.8646

Muhtadi, D., Sukirwan, Warsito, & Prahmana, R.C.I. (2017). Sundanese Ethnomathematics: Mathematical Activities in Estimating, Measuring, and Making Patterns. *Journal on Mathematics Education*, *8*(2), 185- 198. http://dx.doi.org/10.22342/jme.8.2.4055.185-198

Peña-Rincón, Pilar, Tamayo-Osorio, Carolina, & Parra, Aldo. (2015). Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *18*(2), 137-150. https://doi.org/10.12802/relime.13.1820.

Rey Muñoz, M. F., y Aroca Araújo, A. (2011). Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la educación matemática. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica, 14*(1), 137-147. https://doi.org/10.31910/rudca.v14.n1.2011.766

Rodríguez Nieto, C., Mosquera García, G., & Aroca-Araujo, A. (2019). Dos sistemas de medidas no convencionales en la pesca artesanal con cometa en Bocas de Cenizas. *Revista*

Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática, *12*(1), 6-24.

Rodríguez-Nieto, C. A., Aroca-Araújo, A. A., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2020). Procesos de medición en una práctica artesanal del caribe colombiano. Un estudio desde la etnomatemática. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, *12*(4). https://doi.org/10.22267/relatem.19124.36.

Rosa, M., & Orey, D. (2005). Las Raíces Históricas del Programa Etnomatemáticas. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, *RELIME*, *8*(3), 363-377.

Superintendencia de Industria y Comercio. (13 de mayo de 2024). ¿Sabías que la libra no hace parte del sistema internacional de unidades? [Post] [Imagen adjunta]. X. https://x.com/sicsuper/status/1790124863220560267

Trujillo Varilla, O. E., Miranda Viramontes, I., & De la Hoz Molinares, E. E. (2018). Los sistemas de medida en la comunidad Arhuaca: su uso en distintos contextos. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, *11*(2), 31- 51.

Viorato, N., & Reyes, V. (2019). La ética en la investigación cualitativa. *CuidArte*, *8*(16), 35-43. http://dx.doi.org/10.22201/fesi.23958979e.2019.8.16.70389.

TSG 9. La enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad y la estadística.

Inferencia estadística a partir del análisis exploratorio de datos

Liliana García-Barco, Lucía Zapata-Cardona, Yilton Riascos Forero
lgarciab@unicolmayor.edu.co, *lucia.zapata1@udea.edu.co*, *yirifo@unicauca.edu.co*
Colegio Mayor de Cundinamarca, Universidad de Antioquia, Universidad del Cauca

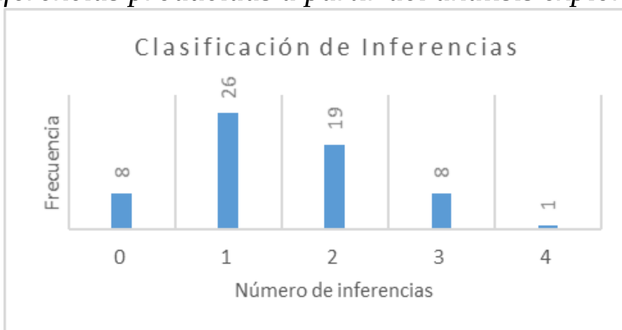
Resumen

La enseñanza de la estadística a nivel terciario ha privilegiado el uso de gráficos y el cálculo de medidas descriptivas en el análisis de datos. No obstante, la investigación revela múltiples dificultades del estudiantado para aplicar esas herramientas técnicas en la producción de conclusiones que tengan sentido en escenarios contextuales reales (Pfannkuch et al., 2004). El movimiento promovido por Tukey (1977), relacionado con el análisis exploratorio de datos, sugiere un enfoque holístico orientado a los procesos de aprendizaje para encontrar sentido a los datos. Es decir, a pensar y razonar inferencialmente sobre las conclusiones que se derivan de los datos. La inferencia estadística se entiende como un proceso de generalización probabilística fundamentado en la evidencia, pero que va mucho más allá de los datos (Makar y Rubin, 2009).

El objetivo de esta investigación es estudiar las inferencias producidas por el estudiantado en escenarios de análisis exploratorio de datos y en contextos epidemiológicos. Participaron 62 estudiantes de Economía y Educación Matemática de dos universidades públicas de Colombia. Se les entregó una base de datos sobre tasas de suicidio en el mundo, organizada en formato CODAP (Common Online Data Analysis Platform) y lista para usar. Se les pidió que, a partir de la exploración de los datos, hicieran una lista de todas las inferencias posibles. La expresión «La población masculina tiende a tener una tasa de mortalidad por suicidios más alta que la población femenina» (participante MA2) se considera una inferencia estadística porque contiene un lenguaje probabilístico, una generalización y está basada en datos.

Los resultados revelan que se produjeron algunas inferencias estadísticas. No obstante, el número de inferencias fue diferente entre participantes (Figura 1). Algunas declaraciones como «Cada año, más de 720.000 personas fallecen por suicidio, lo que lo convierte en un grave problema de salud pública» (participante C16) no pueden considerarse inferencias, otras no se deducen de la base de datos, y otras no tratan los datos como un agregado (Konold et al., 2015).

Figura 1
Frecuencia de las inferencias producidas a partir del análisis exploratorio de datos



Palabras clave: análisis exploratorio de datos, estadística descriptiva, inferencia

Agradecimientos: Trabajo apoyado por MinCiencias e ICETEX bajo el contrato 2023-0631.

Referencias

Konold, C., Higgins, T., Russell, S., & Khalil, K. (2015). Data seen through different lenses. *Educational Studies in Mathematics, 88* (3), 305-325. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9529-8

Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal, 8*(1), 82-105. https://doi.org/10.52041/serj.v8i1.457

Pfannkuch, M., Budgett, S., & Parsonage, R. (2004, July). Comparison of data plots: Building a pedagogical framework. Paper presented at the Tenth Meeting of the International Congress on Mathematics Education, Copenhagen, Denmark.

Tukey, J. (1977). *Exploratory data analysis*. Addison-Wesley.

Enseñanza y aprendizaje de la probabilidad mediante el uso de la ciencia de datos en un enfoque STEM, con énfasis en la resolución de problemas en estudiantes de grado noveno

Nina Yohana Castro Betancur, Nicolás Bolívar Díaz
ncastro55@uan.edu.co, nicolas.bolivar@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Este estudio pretende abordar la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en estudiantes de noveno grado, integrando la ciencia de datos y un enfoque STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas). El objetivo es desarrollar un modelo didáctico que facilite la comprensión de la probabilidad mediante la resolución de problemas y el uso de herramientas tecnológicas.

Palabras clave: ciencia de datos, STEM, probabilidad, resolución de problemas, enseñanza y aprendizaje**.**

Introducción

En la actualidad dentro de la práctica educativa matemática se investiga en diferentes campos de la disciplina, como lo son metodologías, tipos de enfoque, estrategias didácticas, entre otros. Esto con el fin de ir a la par del mundo actual y optimizar los diferentes procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, 2010). Esto lleva a reflexionar sobre la importancia de comenzar a recontextualizar los diferentes procesos de enseñanza y aprendizaje en este caso particular sobre probabilidad, desde la observación y haciendo un seguimiento a las tendencias actuales, como lo es la metodología STEM que ofrece a los docentes herramientas que permiten repensar la manera en que se pueda realizar un proceso de enseñanza y aprendizaje desde lo interdisciplinar haciendo uso de la ciencia de datos, como puente para integrar diferentes áreas de conocimiento y lograr la compresión de diferentes conceptos.

Elementos teóricos o conceptuales

Dentro del marco teórico se abordan los siguientes apartados

- **Desarrollo del pensamiento aleatorio y probabilístico. La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en grado noveno**

"La probabilidad revela un carácter dual desde su aparición: un *lado estadístico* se ocupaba de encontrar las reglas matemáticas objetivas detrás de secuencias de resultados generados por procesos aleatorios a través de datos y experimentos, mientras que otro *lado epistémico* ve la probabilidad como un grado personal de creencia (Hacking, 1975, p. #)".

- **Teoría resolución de problemas. Problemas retadores**

La resolución de problemas se ha fortalecido en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula en el transcurso de los años, para esta investigación se toma Alan Shoenfeld (1992) quien propone: para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos.

- **Ciencia de datos y la metodología STEM en la enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad**

Se presenta la educación STEM, entendida como el enfoque educativo que promueve la integración de contenidos provenientes de la ciencia, la tecnología, la ingeniería, el arte y las matemáticas en la resolución de problemas auténticos del mundo real (Páez & et. al ,2019).

Y por otro lado la enseñanza utilizando la ciencia de datos se está convirtiendo en un enfoque fundamental en la educación moderna, especialmente en campos relacionados con la probabilidad y el análisis de datos. **(García, 2013).**

Descripción del trabajo realizado

Este estudio surge a partir de la necesidad de optimizar la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad un enfoque innovador, para estudiantes de educación básica de colegios públicos. En este proceso los métodos prácticos, el análisis de datos y las herramientas tecnológicas facilitan la comprensión de conceptos abstractos de probabilidad, facilitando que los estudiantes logren acercarse a una interpretación profunda de resultados y la toma de decisiones informada.

Reflexiones finales

Desde las actividades exploratorias se puede concluir que a los estudiantes presenta dificultad al hacer, calcular y analizar los diferentes resultados donde se haga uso de probabilidad.

En los estudiantes se puede observar que la integración de la tecnología y la ciencia de datos despierta el interés y mejora su disposición hacia la resolución e interpretación de resultados contribuyendo a un aprendizaje más significativo y aplicado.

Referencias

Godino, J. D. (2010). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf

Bravo-Mosquera, P. D., Cisneros-Insuasti, N. D., Mosquera-Rivadeneira, F., & Avendaño-Uribe, B. (2019). *Stem learning based on aircraft design: an interdisciplinary strategy developed to science clubs Colombia*. Ciencia y Poder Aereo, 14(1), 204-227.

Garcia,

Potenciando el pensamiento estadístico en ciencias económicas: desafíos y oportunidades

Alexandra Suárez Escobar, Diana Carolina Pérez Duarte, Luis Fernando Pérez Duarte
asuarez97@uan.edu.co, dianacperez@uan.edu.co, luisfperez@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

Esta investigación se enfoca en potenciar la enseñanza de la estadística en las ciencias económicas mediante la integración de tecnología avanzada y enfoques pedagógicos innovadores. Se exploran las metodologías STEAMS y el aprendizaje automático (Machine Learning) (James et al., 2023), destacando su impacto en la alfabetización y el razonamiento estadístico, elementos esenciales para la toma de decisiones basada en grandes volúmenes de datos. Además, incorpora la teoría de decisiones para fortalecer el análisis crítico en situaciones de incertidumbre.

Palabras clave: Pensamiento Estadístico, Machine Learning, STEAMS, Teoría de las Decisiones, Alfabetización Estadística.

El estudio responde al desafío de potenciar el pensamiento estadístico en un contexto económico dominado por los datos. Al centrarse en la pregunta: "¿Cómo utilizar la inteligencia artificial generativa como recurso estratégico para mejorar el pensamiento estadístico en estudiantes de ciencias económicas?", se propone un modelo pedagógico que combina la teoría estadística con aplicaciones prácticas a través de STEAMS y Machine Learning. Estas herramientas se alinean con las demandas de la economía actual, facilitando la comprensión y aplicación de conceptos complejos.

El marco interdisciplinario incluye ciencia, tecnología, inteligencia artificial, matemáticas, estadística y teoría de decisiones. Se fundamenta en autores como Gould (2017) y Garfield & Ben-Zvi (2007), quienes enfatizan la alfabetización estadística avanzada, y (Jordan &

Mitchell (2015), que destacan el aprendizaje automático como clave en el análisis de datos. El enfoque STEAMS (2020) y los aportes de Mason et al.(2010) refuerzan la capacidad analítica en la resolución de problemas. Además, la educación crítica en estadística, como la planteada por Zapata-Cardona (2018), promueve un aprendizaje ético y socialmente responsable.

La investigación emplea un diseño metodológico basado en la integración del Machine Learning (Serrano, 2021) y STEAMS. Estas estrategias innovadoras preparan a los estudiantes para manejar grandes conjuntos de datos, aplicando habilidades analíticas y críticas en la toma de decisiones informadas (Batanero et al., 2023). Se enfatiza la alfabetización estadística como un elemento central en la formación de economistas, permitiendo conectar la teoría estadística con problemas prácticos.

Los resultados destacan la eficacia de las herramientas tecnológicas y metodologías avanzadas en la enseñanza estadística, promoviendo un aprendizaje significativo y aplicado. Se señala cómo congresos como ICOTS e ICME han influido en la transformación de la educación estadística, resaltando la integración de contextos reales y herramientas digitales. En particular, el Machine Learning emerge como una herramienta clave para el desarrollo de competencias estadísticas críticas en estudiantes de ciencias económicas.

El estudio propone un modelo pedagógico interdisciplinario y tecnológicamente avanzado que responde a las demandas contemporáneas. Al integrar el pensamiento estadístico con el aprendizaje automático, se fomenta una educación estadística adaptada al siglo XXI. Este enfoque prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos complejos y tomar decisiones fundamentadas, promoviendo el bienestar social y económico.

Referencias

Batanero, C., Gea, M. M. G. S., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). La educación del razonamiento probabilístico. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos*

Pós-Graduados em Educação Matemática, *25*(2), 127–144. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2023v25i2p127-144

Chen, M. (2020). *“STEAMS” Methodology of NBA Draft Player Position*.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistical Review*, *75*(3), 372–396. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x

Gould, R. (2017). Data literacy is statical literacy. *STATISTICS EDUCATION RESEARCH JOURNAL*, *16*(1), 22–25. https://doi.org/10.52041/serj.v16i1.209

James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R., & Taylor, J. (2023). Statistical Learning. En G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani, & J. Taylor, *An Introduction to Statistical Learning* (pp. 15–67). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-38747-0_2

Jordan, M. I., & Mitchell, T. M. (2015). Machine learning: Trends, perspectives, and prospects. *Science*, *349*(6245), 255–260. https://doi.org/10.1126/science.aaa8415

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2. ed). Pearson Education Limited.

Serrano, L. G. (2021). *Grokking machine learning* (First edition). Manning Publications Co.

Zapata-Cardona, L. (2018). Students’ construction and use of statistical models: A socio-critical perspective. *ZDM*, *50*(7), 1213–1222. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0967-8

Estrategias argumentativas en la lectura e interpreción de gráficos estadisticos

María Teresa Castellanos Sánchez, Jorge Obando Bastidas, Sebastián Sastoque
mcastellanos@unillanos.edu.co, jorge.obandob@campusucc.edu.co
juan.sastoque@unillanos.edu.co

Universidad de los Llanos; Universidad Cooperativa de Colombia

Resumen

Se presentan resultados de una investigación que tiene por objetivo analizar habilidades argumentativas exhibidas por un grupo de escolares de primaria en una tarea que involucra la lectura de garfios estadísticos. La problemática surge en los argumentos incorrectos de escolares al interpretar gráficos estadísticos; en particular, las dificultades para comprender dicha información en los procesos descodificación (lectura), análisis y representación de datos (codificación). Con lo cual surge la pregunta ¿Qué estrategias argumentativas exhiben escolares al leer e interpretar información estadística procedente de diferentes contextos?

Se considera necesario formar ciudadanos cultos estadísticamente, con habilidades para comprender, evaluar críticamente y, cuando sea pertinente, expresar argumentos basados en la información estadística; la cual es visualizada gráficos y tablas desde distintos contextos de su vida. La argumentación implica interpretar el juicio de partida, encontrar fuentes que corroboran el juicio inicial, seleccionar las reglas lógicas que sirven de base al razonamiento, ordenar y exponer los juicios y razonamientos que muestran o justifican la posición tomada; encontrar las razones o causas (Solar-Bezmalinovic, 2018). Los profesores al promover habilidades para la búsqueda de razones promueven la integración y expresión de ideas que sustentan la veracidad de juicios sobre un objeto o fenómeno (Castellanos y Moreno, 2022)

La habilidad argumentativa se entiende como la capacidad del individuo para dar razones que permitan reafirmar o refutar un planteamiento dado (conjetura). Implica que se interprete un juicio y posteriormente se justifique con razones, su veracidad o falsedad. Así la formulación de conjeturas toma relevancia, dado que requiere emitir enunciados generales y posiblemente ciertos, producto de la observación. El proceso de justificación es fundamental en la construcción

de argumentos, involucra la visualización de propiedades para vincular el carácter deductivo que permiten validar las conjeturas formuladas en los procesos de observación.

Estudios previos exhiben tareas con sentido y significativas sobre los procesos de justificación durante la enseñanza de las matemáticas (Castellanos y Moreno, 2022). La estrategia vincula procesos tales como: a) la visualización y selección de elementos conceptuales conocidos, teóricos o empíricos, para sustentar afirmaciones; b) la organización de estrategias al concretar los conceptos estadísticos de manera deductiva; y c) la oportunidad de aprendizajes para formular una justificación. Para alcanzar el propósito, el diseño metodológico se configuró como un experimento de enseñanza con 53 escolares enmarcado en la investigación de diseño (Molina, 2021). El experimento promueve la lectura y representación de información estadística. Los resultados muestran el uso acertado de graficas estadística en el surgimiento de argumentos sofisticados de algunos escolares y con ellos diferentes estrategias argumentativas asociadas.

Palabras clave: Lectura, Gráficos estadísticos, Estrategias Argumentativas

Referencias

Castellanos Sánchez, M. T., & Moreno, A. (2022). Reflexión de futuros profesores de matemáticas sobre tareas de enseñanza. Investigación en educación matemática: homenaje a los profesores Pablo Flores e Isidoro Segovia. Barcelona, 2022; p. 95-115.

Molina, M. (2021). Investigación de diseño educativa: un marco metodológico en evolución. Investigación en Educación Matemática XXIV, 83-97.

Solar-Bezmalinovic, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. Revista Colombiana de Educación, 1 (74), 155-176.

Lectura crítica de presentaciones estadísticas por profesores de matemáticas en formación

Sebastian Sastoque, María Castellanos
juan.sastoque@unillanos.edu.co, mcastellanos@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos

Resumen

La investigación reconoce la relevancia de la cultura estadística para la formación de ciudadanos con habilidades para interpretar y evaluar críticamente información estadística procedente de distintos contextos (Gal, 2002). La estadística y la probabilidad son visibles en directrices curriculares internacionales y locales, relevando la lectura y comprensión de información estadística (Vásquez y Cabrera, 2022). Por su parte, las pruebas SABER requieren capacidad para descifrar, representar en términos matemáticos y predecir resultados en situaciones que implican el manejo de datos de distinta naturaleza. (Castellanos y Arteaga, 2013). Por lo que, la implicación directa recae en el profesorado, a quien conviene otorgar realce a la estadística y la probabilidad en el proceso de enseñanza.

El presente proyecto evalúa la lectura crítica de tablas y gráficos estadísticos por futuros profesores de matemáticas (FPM), reconociendo la importancia de formar ciudadanos con habilidades para interpretar datos estadísticos en contextos reales. Esta investigación utiliza un enfoque mixto, es cualitativa y con alcance descriptivo Sampieri et al. (2014). Los participantes son estudiantes de la licenciatura en matemáticas de una Universidad Colombiana. El diseño metodológico de la investigación se configura en tres etapas: planeación (diseño de la instrucción e instrumentos) experimentación (implementación de instrumentos, secuencia didáctica y evaluación de la instrucción); análisis retrospectivo (niveles de lectura y actitud crítica). El análisis de la información recolectada identifica el nivel de lectura de la información estadística exhibida por los FPM y describe la postura o actitud crítica (Molina- Portillo, 2021) a través de indicadores que dan cuenta de la alfabetización estadística de los participantes.

Tabla 1: *Indicadores de la postura crítica de FPM*

Ejemplo Situación 5	PREGUNTA DEL CUESTIONARIO	INDICADORES DE LA ACTITUD CRITICA
	¿Indique cuál es la fuente de procedencia de los datos? ¿Considera que la información en el grafico es confiable?	Fuente y fiabilidad de la información
	¿El grafico representado en la información es el correcto?	Gráfico correcto
	Señale la tendencia que se observa en la serie de datos representados. Justifica la respuesta	Tendencia de los datos
	Indique como se han recogido los datos. ¿Considera que la información en el grafico es confiable?	Recopilación y fiabilidad de la información
	¿Qué implicaciones tiene en el ámbito social, económico y político el comportamiento…? Nota: la pregunta sufría un cambio al final dependiendo de la situación presentada.	Implicaciones sociopolíticas y económicas.

Los resultados se consolidan a través de los criterios de la actitud crítica y de los niveles de lectura exhibidos por los FPM (Tabla 1). El análisis de tendencia de los datos y la evaluación de la fiabilidad de la información, tímidamente demuestran lectura crítica de gráficos estadísticos. Los resultados confirman estudios de otros autores, por ejemplo, Weiland y Sundrani (2022) quien reconoce la necesaria capacidad del profesor para integrar la estadística en su práctica con enfoque crítico y contextualizado en la enseñanza.

Los hallazgos revelan las dificultades de los FPM en la interpretación de datos, otros resultados parciales evidencian la prevalencia del nivel de lectura relacional (N2) y la necesidad de avanzar a niveles inferenciales (N3) y críticos (N4), retos que enfrenta la investigación en la actualidad con nuevas estrategias de intervención.

A continuación, se presenta el consolidado de los resultados de la postura crítica de los FPM al leer e interpretar en los gráficos las tendencias observadas en la serie de datos de las situaciones planteadas. Los desempeños logrados por los FPM se presentan acorde a los descriptores definidos y que resultan de examinar la pregunta número uno (P1) en las cinco situaciones del cuestionario.

*Tabla **2**. Niveles de desempeño de FPM por descriptores para el indicador 1*

situación / FPM	Situación 1	Situación 2	Situación 3	Situación 4	Situación 5
FPM1	*D.3.2*	*D.3.2*	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.1*
FPM2	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.4*
FPM3	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.1*
FPM4	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.2*	*D.3.3*	*D.3.1*
FPM5	*D.3.3.*	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.1*
FPM6	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.1*
FPM7	*D.3.3*	*D.3.2*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.1*

En cuanto al análisis de la tendencia de los datos y la evaluación de la fiabilidad de la información, los estudiantes no logran superar el nivel mínimo aceptable(D.3.3)ya que omiten los sesgos presentes en los gráficos y en contraparte los FPM no alcanzan el nivel mínimo aceptable (D.3.2) o se categorizan en un nivel insuficiente (D.3.1) lo cual demuestra la falta de lectura critica de gráficos estadísticos por parte de los FPM, hecho que, contrastado con lo expuesto por Engel (2019) genera preocupaciones en la formación de estudiantes de secundaria. En esta línea, Estrada y Batanero (2019) expresan que muchos docentes carecen de las habilidades necesarias para enseñar estadística de manera efectiva, lo que limita su capacidad para fomentar estas habilidades en sus estudiantes.

Finalmente, Los FPM logran interpretar la tendencia de los datos, sin embargo, la gran mayoría omite los sesgos presenten en los gráficos y pocas habilidades al evaluar información en gráficos. Se considera pertinente promover la postura crítica en los FPM y la capacidad de cuestionar la fiabilidad de las fuentes de datos y detectar posibles sesgos. Asimismo, diseñar actividades que vayan más allá de la lectura literal de los gráficos, cuestionando intenciones y reflexiones sobre el impacto de la representación de datos en el contexto.

Palabras clave: Cultura estadística, Profesores de Matemáticas, Gráficos estadísticos**.**

Referencias

Castellanos, M.T y Arteaga, P (2013). Los gráficos estadísticos en las directrices curriculares para la Educación Primaria en España y Colombia. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria (pp. 397404). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Castellanos, M.T. (2013). Tablas y gráficos estadísticos en pruebas SABER-Colombia. Tesis de Máster. Universidad de Granada. España.

Castellanos, M. T. Y Obando, J. A. (2013). Análisis y sistemas de datos poderoso escenario de aprendizaje cultural. Revista Científica. 451-45.

Díaz-Levicoy, D., Morales, R., Arteaga, P., & López-Martín, M. D. M. (2020). Conocimiento sobre tablas estadísticas por estudiantes chilenos de tercer año de Educación Primaria. Educación matemática, 32(2), 247-277.

Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. Journal for Research in mathematics Education, 32(2), 124-158.

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. International Statistical Review, 70(1), 1-25.

Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: about knowledge of contexts and models. En J.M. Molina-Portillo, E. (2021). Cultura estadística y sociedad: Aproximaciones desde la educación básica. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Recuperado de https://digibug.ugr.es/handle/10481/69856.

Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. RH Sampieri, Metodología de la Investivación, 22.

Vásquez, C., & Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. Educación matemática, 34(2), 245-274.

Weiland, T., & Sundrani, A. (2022). A teacher's statistical literacy knowledge, practice, and identity [Poster presentation]. American Educational Research Association Annual Meeting, San Diego, CA. https://doi.org/10.3102/IP.22.1883790

Una propuesta metodológica para la enseñanza de la estadística a través del razonamiento plausible y la teoría de la objetivación

Orlando García H., Roberto M. Poveda Ch,. Eduardo Cárdenas G.,
ogarciah@udistrital.edu.co, rpoveda@udistrital.edu.co, , *ecardenasg@unal.edu.co*
Universidad Distrital "Francisco José de Caldas", Colombia
Universidad Nacional de Colombia

Resumen

El objetivo de este trabajo se centrará en analizar el aprendizaje de estadística descriptiva en un comienzo y luego de estadística inferencial a través de la construcción de conceptos por parte del estudiante en el marco de una enseñanza histórica y epistemológica enmarcada en el enfoque histórico-cultural de la Teoría de Objetivación (TO) y el razonamiento plausible.

La teoría de la objetivación se desarrolló en Canadá por el profesor Radford en el cual su punto de partida se basa en que la escuela no solamente debe producir conocimientos, si no

también subjetividades. En consecuencia, el aprendizaje se conceptualiza en un proceso que consiste en conocer y llegar a aserr.

P ra llevar a cabo esta investigación, se pronostica un diseño metodológico flexible en el marco de una investigación cualitativa desde el paradigma Teórico Crítico en el sentido de Guba y Lincoln (2012) bajo la perspectiva – metodología de investigación – de estudio de casos de Yin (2001, 2003) analizando los géneros discursivos: enunciados verbales, gestuales y escritos entre otros según Bajtín (1999).

Para ello se realizará un marco teórico híbrido entre la Teoría de la Objetivación junto con el razonamiento plausible, se utilizará para su realización el enfoque de la solución de problemas de Polya que apunten al abordaje de cuestiones socio-científicas, bajo el diseño de una serie de actividades orientadoras de enseñanza como metodología de clase, en el marco de la teoría de la actividad que sean consecuentes al aprendizaje de conceptos en estadística desde la TO y el razonamiento plausible, una vez con el enfoque histórico-cultural de la Teoría de la Objetivación, y el razonamiento plausible, en dónde la historia y la epistemología de conceptos de estadística serán la amalgama que unirá este entramado de conocimientos: estadísticos, didácticos, psicológicos, cognitivos y culturales (generando a su vez una coherente relación entre el problema de investigación, los objetivos, el marco teórico, la metodología y los resultados); de forma tal que al triangular el marco teórico, los datos recolectados de los géneros discursivos de los estudiantes y el análisis y perspectiva del investigador, se pueda analizar pertinentemente el aprendizaje del conceptos estadísticos bajo el enfoque histórico-cultural de la teoría de objetivación y el razonamiento plausible

Con esta investigación se espera que en los estudiantes puedan tener un aprendizaje alrededor de conceptos estadísticos a través de la construcción del sentido alrededor de este (evidencia de su desalienación en el aula de clase).

Desde la Teoría de la Objetivación (TO), alienación hace referencia a la falta de objetivación, a la producción de objetos que no son autoexpresiones del individuo en el entorno histórico-cultural en el que se desenvuelve, por lo que la labor5 hecha por el sujeto es destinada a satisfacer necesidades externas a él mismo (Radford, 2016). La TO establece que cualquier aprendizaje que el ser humano considere significativo siempre estará atado al sujeto (implícitamente a las emociones) y al ambiente histórico-cultural en el que se desenvuelve. Por ser individuos sociales la subjetividad de cada sujeto está atada al trasegar histórico-cultural de la sociedad en que se desarrolla, por lo que un aprendizaje netamente subjetivo, donde el individualismo tenga su máxima expresión (tal y como sucedió en las últimas corrientes didácticas del último siglo), fomenta igualmente la alienación en el estudiante ya que su subjetividad representada en su objeto matemático no está acorde con el medio histórico-cultural en el que se desenvuelve.

Se debe intentar repensar el aula de clase contemporánea de matemáticas en sus supuestos teóricos e ideológicos, entendiendo que la cognición no es únicamente individual, no se genera solo en el sujeto, sino que viene de afuera, de las conceptualizaciones histórico-culturales que abarcan al individuo. Se deben repensar las formas de producción del saber e imaginar nuevos modos de cooperación humana en la escuela, en donde un punto de partida es la idea de actividad concebida como labor conjunta. Radford (2018) establece que cada sujeto es una realidad singular, individual y limitada de la sociedad y que es en esta en que cada uno encuentra los elementos por medio de los cuales piensa subjetivamente el mundo, este además plantea que hay que ver al estudiante y al profesor como sujetos históricos y culturales que se constituyen de forma cotidiana y conjunta en el aula, en el transcurso de la actividad de enseñanza y aprendizaje.

Referencias

Bajtín, M. (1999). Estética de la creación verbal. Publimex.

Guba, E. y Lincoln, Y. (2012). Controversias paradigmáticas, contraindicaciones y confluencias emergentes. En N. Denzin y Y. Lincoln (Eds.), Manual de investigación cualitativa: Vol. 2. Paradigmas y perspectivas en disputa (pp. 38-78). Gedisa.

Radford, L. (2016). On alieantion in the mathematics classroom. International journal of esducational research, 79, 258-266. http://dx.doi.org/10.1016/j.ijer.2016.04.001

Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. PNA, 12(2), 61-80. http://www.luisradford.ca/pub/2018%20-%20Radford%20PNA%20algunos%20desafios%20de%20la%20TO.pdf.

Yin, R. (2001). Estudo de Caso: Planejamento e Métodos. (2a ed.). Bookman. https://saudeglobaldotorg1.files.wordpress.com/2014/02/yinmetodologia_da_pesquisa_estudo_de_caso_yin.pdf

Carteles o póster

Una experiencia docente: la pendiente de la recta desde el análisis de rampas de acceso

Susana Leticia Burnes Rudecino, Judith Hernández Sánchez, Pedro Rodríguez Juárez
susana.burnes@uaz.edu.mx, *judith700@hotmail.com*, pedrordz@uaz.edu.mx
Universidad Autónoma de Zacatecas

Resumen

El propósito de este trabajo es presentar los resultados obtenidos de una experiencia docente realizada por 64 estudiantes de cuarto semestre del Nivel Medio Superior en la materia de Geometría Analítica. El contenido matemático se centra en el concepto de la pendiente de una recta, aplicado al análisis de rampas de acceso para personas que utilizan sillas de ruedas, mediante diversas actividades relacionadas con el tema abordado en clase. Los estudiantes, organizados en equipos, llegaron a conclusiones y propuestas para mejorar las rampas, basándose en el análisis de los datos recopilados.

Introducción

La enseñanza de la Geometría Analítica se aborda principalmente con el uso de estructuras complejas. Según Andrades et al. (2009), esta forma de enseñanza de la Geometría dificulta a los estudiantes su comprensión además de que está alejada del mundo real. Así como lo menciona un profesor en Alsina et al. (2022, p.2), “la mejor manera de enseñar matemáticas es encontrar elementos significativos que interesen y motiven al alumnado y no presentar múltiples tareas sin un objetivo real”. Por tal motivo, a continuación se presentan los resultados de esta experiencia didáctica desde el análisis de rampas de acceso a partir del tema de pendiente visto en clase.

Metodología

Los estudiantes forman equipos de trabajo para desarrollar una guía de actividades secuenciales basadas en el tema de clase. Los materiales solicitados son una cinta métrica y el celular con aplicaciones de nivel y calculadora para llevar a cabo las mediciones. También llevan a cabo una investigación sobre los requisitos que debe cumplir la rampa de acceso. Finalmente, realizan un video para socializar sus resultados obtenidos.

Resultados

Los alumnos desarrollaron habilidades de coordinación y organización para medir la pendiente de la rampa. Posteriormente, realizaron cálculos y en base a su investigación desarrollaron sus habilidades de argumentación para discutir sobre sus resultados y propuestas de mejora (como colocación de pasamanos o en algunos casos). Finalmente, mediante un video por equipo, explicaron sus hallazgos basados en sus datos obtenidos.

Conclusiones o reflexiones.

El objetivo de esta experiencia docente fue el de relacionar el concepto de pendiente en una situación real de la vida cotidiana de los estudiantes, lo que se logró. Además, este proyecto concientizó a los alumnos en una de las dificultades que enfrenta una comunidad vulnerable como lo son las personas en silla de ruedas.

Palabras clave: pendiente de una línea recta, estrategia didáctica, trabajo en equipo.

Referencias

Alsina, A., Contreras, M. y Reyes, J. (2022). Matemáticas en contexto en Educación Primaria: conexiones con el entorno y la música. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (64), 1-20.

Andrades, W., Montes, W., Ruíz, W. y Urbina, A. (2009). Enseñanza-Aprendizaje de congruencia y semejanza de figuras geométricas en el instituto Nacional Público Víctor Manuel Soto Gutiérrez del municipio de Chichigalpa [Tesis de Licenciatura en Ciencias de la Educación mención Matemática Educativa y Computación]. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua.

Aprendizaje práctico de las funciones lineales usando las finanzas en el grado noveno de la institución educativa San Pablo

Julio Cesar Manzano Gonzalez, Jose Esteban Castrillo Suarez, Karen Daniela Londoño Beltrán
Juliocesarmanzanooficial@gmail.com, *tebansua@outlook.com*,
901karendanielalondonobeltran@gmail.com
Institución Educativa San Pablo

Resumen

Muchos estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa San Pablo ven las matemáticas como una asignatura aburrida y poco útil, debido a esto presentan dificultades a la hora de aprender las funciones lineales, las cuales son una de las bases del álgebra, por lo que en esta investigación se planea estudiar el conocimiento actual de los estudiantes de este grado y proponer una metodología en la que se profundice y fortalezca el aprendizaje práctico utilizando este método como herramienta para enseñar las funciones lineales.

Esta investigación se basa en el método de estudio cuantitativo y la metodología presentada al docente es respaldada por la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, estableciendo que la educación es un proceso continuo. Tras un análisis a la encuesta realizada a los estudiantes del grado noveno se puede evidenciar una clara falta de educación en lo que respecta a las funciones lineales, debido a esto se ve necesaria la implementación de esta guía de apoyo en el aula para fortalecer los conocimientos de los estudiantes.

Ya que esta es una investigación en proceso, pese a que ya se tiene la metodología de apoyo que se le va a entregar a un docente para comprobar su efectividad y resultados, aún no se tiene la certeza de que este método sea efectivo, sin embargo, diversos estudios como el de López en 2018 que indican que el uso de estrategias creativas puede fomentar el aprendizaje de los estudiantes en las funciones lineales.

Palabras clave: Función, Practico, Finanzas, Aprendizaje

Referencias

Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano - Luis Enrique López Orozco - Universidad Católica de Manizales, Manizales, Colombia https://repositorio.ucm.edu.co/bitstream/10839/2204/1/Luis%20Enrique%20L%C3%B3pez%20Orozco.pdf

Campos, H. B. (2006). La teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6888

Cervantes, C. C. V. (s/f). CVC. Diccionario de términos clave de ELE. Metodología cuantitativa. Recuperado el 25 de octubre de 2024, de https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/metodologiacuantitativa.htm

Funciones lineales. (s/f). Material Didáctico - Superprof. Recuperado el 25 de octubre de 2024, de https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/funciones-lineales.html

Desarrollo y caracterización del pensamiento algebraico temprano, un enfoque desde el desarrollo profesional docente

Edgar Romario Paternina Marmolejo, Mary Falk de Losada
epaternina89@uan.edu.co, director.doctoradoem@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

El docente juega un rol fundamental en la transformación de las prácticas en el aula al aplicar estrategias pedagógicas que cultiven el pensamiento algebraico temprano y al desarrollar métodos que refuercen la práctica matemática dentro del modelo docente que son y aplican. Estas acciones no solo facilitan el aprendizaje de calidad de los estudiantes, sino que también enriquecen la experiencia educativa (Hunter et al., 2018; Lins y Kaput, 2004; Malara y Navarra, 2009; Pincheira, 2023). Esta posición destaca la necesidad de una cuidadosa consideración del desarrollo profesional docente, el cual está relacionado con la transformación de las prácticas de enseñanza y el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes desde niveles iniciales de escolarización (Schliecher, 2015; Sjöblom et al., 2022). Sin embargo, muchos docentes carecen de experiencia en prácticas y conceptos algebraicos que favorezcan el cultivo e integración del pensamiento algebraico temprano (Blanton y Kaput, 2003/2005; Blanton et al., 2015).

Desde esta perspectiva, los docentes destacados son aquellos que transforman sus prácticas y modos de instrucción conforme a lo que descubren en los estudiantes (Schoenfeld, 2011). Para acompañar este proceso transformador, la presente investigación se fundamenta en la Investigación basada en el diseño, específicamente enfocado en el desarrollo profesional docente, lo cual permite implementar intervenciones sistemáticas y colaborativas que favorezcan la optimización de las prácticas educativas.

El trabajo se centra en un programa de desarrollo profesional, basado en la resolución de problemas retadores tipo olimpiadas, llevado a cabo con un grupo de docentes de preescolar y básica primaria de la I. E. Manuel José Cayzedo. Este programa busca potenciar las prácticas educativas mediante la introducción de modos de pensamiento algebraico en los estudiantes, optimizando de manera constante las estrategias docentes. El diseño de desarrollo profesional se apoya en ciclos iterativos de planificación, implementación, observación y ajuste, que permiten generar conocimientos aplicables directamente al contexto educativo.

Con este trabajo, se pretende efectuar un cambio significativo que abra nuevos horizontes de posibilidades, acompañando a los maestros en una transformación personal que puedan compartir con sus estudiantes en diversos ámbitos. Así, se busca impactar la visión docente sobre las matemáticas hacia una perspectiva más liberadora, donde las formas de proceder de los estudiantes sean respetadas, y la enseñanza matemática se proyecte como una herramienta empoderadora para el desarrollo integral de los estudiantes y sus proyectos de vida.

Palabras clave: Pensamiento Algebraico, Desarrollo profesional, Caracterización, Resolución de problemas.

Referencias

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2003). Developing elementary teachers' algebra eyes and ears. *Teaching Children Mathematics*, *10*(2), 70–77. https://doi.org/10.5951/TCM.10.2.0070

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 412–446. https://doi.org/10.2307/30034944

Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3–5*. National Council of Teachers of Mathematics.

Hunter, J., Anthony, G., & Burghes, D. (2018). Scaffolding teacher practice to develop early algebraic reasoning. In K. K. (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds* (pp. 379-401). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_16

Lins, R., & Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: The current state of the field. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (pp. 47-70). Springer.

Malara, N. A., & Navarra, G. (2009). The analysis of classroom-based processes as a key task in teacher training for the approach to early algebra. In B. Clarke, B. Grevholm, & R. Millman (Eds.), *Tasks in primary mathematics teacher education* (Vol. 4, pp. 233-246). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09669-8_16

Pincheira, N. (2023). *Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza del álgebra en edades tempranas en los futuros profesores de educación infantil y primaria* [Doctoral dissertation, Universidad de Girona]. Instituto de Investigación Educativa. http://hdl.handle.net/10803/689503

Schleicher, A. (2015). *Schools for 21st-century learners: Strong leaders, confident teachers, innovative approaches*. International Summit on the Teaching Profession, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264231191-en

Schoenfeld, A. H. (2011). Toward teacher development based on a theory of decision making. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 43*(4), 457–469. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0307-8

Sjöblom, M., Valero, P., & Olander, C. (2022). Teachers' noticing to promote students' mathematical dialogue in group work. *Journal of Mathematics Teacher Education, 26*(5), 509–531. https://doi.org/10.1007/s10857-022-09540-9

Modelo de evaluación para la construcción de significado robusto de conceptos matemáticos

Lady Johana Julio Barrera
Ljulio64@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

La presente investigación propone un modelo de evaluación innovador para fortalecer la construcción de significado robusto de conceptos matemáticos en estudiantes de décimo grado. La investigación integra dos marcos teóricos fundamentales: el modelo TRU (Teaching for Robust Understanding) y el modelo DNR (Duality, Necessity and Repeated Reasoning), contextualizados en la resolución de problemas retadores.

Palabras clave: Evaluación formativa, significado robusto, problemas retadores, modelo TRU, modelo DNR.

El estudio surge al identificar una brecha significativa entre las teorías de aprendizaje matemático y las prácticas evaluativas actuales. Esta problemática se evidencia en la literatura, donde autores como Burkhardt y Schoenfeld (2018) señalan la desconexión entre los modelos teóricos de aprendizaje y su implementación práctica en la evaluación. Las tendencias observadas en eventos internacionales como ICME, CERME y RELME han destacado la creciente relevancia de la evaluación formativa y la construcción de significado matemático, sugiriendo la necesidad de nuevos enfoques evaluativos.

El problema central radica en la ausencia de un modelo de evaluación integrado que combine efectivamente los principios de comprensión robusta con prácticas evaluativas que fomenten el desarrollo de significado matemático en estudiantes de nivel medio superior.

La construcción de significado robusto se conceptualiza como el producto de la interacción de actos mentales en diversos contextos, donde los estudiantes desarrollan redes conceptuales para abordar problemas no rutinarios. El modelo propuesto enfatiza cinco componentes esenciales: contenido matemático, evaluación para el aprendizaje, discurso matemático, problemas retadores y la integración TRU-DNR.

Los objetivos específicos incluyen la identificación de componentes clave de ambos modelos que pueden integrarse en la evaluación, la definición de criterios evaluativos, el diseño de actividades basadas en problemas retadores y la validación de la implementación del modelo propuesto.

La metodología adopta un enfoque cualitativo basado en diseño, reconociendo la complejidad inherente al proceso de construcción de significado matemático. El marco teórico se fundamenta en la integración de los principios del modelo TRU (que incluye cinco dimensiones: contenido matemático, demanda cognitiva, acceso equitativo, agencia y evaluación formativa) y el modelo DNR (basado en tres principios: dualidad entre formas de entender y pensar, necesidad intelectual y pensamiento repetido).

El trabajo concluye que la integración de los modelos TRU y DNR representa una contribución significativa para transformar la evaluación matemática, pasando de un enfoque sumativo a uno que promueve activamente la construcción de significado robusto.

Referencias

Black, P., y Wiliam, D. (2009). Desarrollo de la teoría de la evaluación formativa. Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 21(1), 5-31.

Falk, M. (2001). Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones). Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, 8(1).

Harel, G. (2008a). Perspectiva del DNR sobre el currículo y la instrucción en matemáticas, Parte I. ZDM Mathematics Education, 40, 487–500.

Harel, G. (2008b). Perspectiva del DNR sobre el currículo y la enseñanza de las matemáticas, Parte II. ZDM Mathematics Education, 40, 893–907.

Harel, G. (2021). Aprendizaje y enseñanza del cálculo multivariable: una perspectiva del DNR. ZDM Mathematics Education, 53, 709–721.

Pérez Duarte, DC (2016). Construcción de significado robusto para el concepto de área y caracterización del pensamiento geométrico involucrado en los estudiantes de sexto grado (10 a 13 años) [Tesis doctoral, Universidad Antonio Nariño].

Schoenfeld, AH, y el proyecto Teaching for Robust Understanding (2016). Introducción al marco de trabajo Teaching for Robust Understanding (TRU). Facultad de Educación.

Revisión de los factores determinantes del lenguaje en los procesos de enseñanza-aprendizaje y resolución de problemas en matemáticas en la actualidad.

Martha Patricia García Acevedo, Dra Mary Falk de Losada.
patomate2005@yahoo.es
Universidad Antonio Nariño.

Resumen

El desarrollo de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), especialmente de las redes sociales, ha impactado diversos ámbitos de la vida humana. Este fenómeno ha despertado el interés de la comunidad científica, motivando investigaciones sobre los efectos de la "comunicación digital no verbal moderna". Se han explorado sus implicaciones en la vida cotidiana (El-Saghir, 2015), en los procesos de enseñanza-aprendizaje (Sfard, 2017) y en la comprensión y construcción de conceptos robustos (Barwell, 2023). Los autores citados destacan los efectos relacionados con el lenguaje, lo que llevó a realizar una revisión sistemática

sobre su impacto en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, encontrando escasa información al respecto. Por ello, se plantea la siguiente problemática: ¿Cómo disminuir el efecto de la comunicación no verbal digital moderna sobre la construcción de significados robustos en matemáticas y las habilidades de resolución de problemas? El objetivo de esta investigación es determinar el impacto de la "comunicación no verbal digital moderna" en la comprensión de conceptos matemáticos y en las habilidades de resolución de problemas en estudiantes de grado octavo del colegio Florida Blanca IED, así como buscar correlaciones entre estas variables. y el rendimiento académico en matemáticas. La metodología contempla tres etapas: un barrido bibliográfico sistemático, el análisis de la información obtenida y la obtención de resultados.

Palabras clave: Palabra 1, Tic.   Palabra 2, Resolución de problemas. Palabra 3, Lenguaje Matemático

Referencias

El-Saghir, K. (2015). El impacto del uso y las prácticas de los mensajes de texto en el desarrollo de la alfabetización. Puerta de investigación.

Kuznekoff, JH y Tetasworth, SM (2015). Teléfonos móviles en el aula: examen de los efectos de los mensajes de texto, Twitter y el contenido de los mensajes en el aprendizaje de los estudiantes. Educación en comunicación, 64 (3), 344–365. https://doi.org/10.1080/03634523.2015.1036722

Sfard, A. (2006). Hay más en el discurso de lo que se percibe al oído: considerar el pensamiento como comunicación para aprender más sobre el aprendizaje matemático. En Kluwer Academic Publishers (Ed.), Discurso de aprendizaje (págs. 13–57). Editores académicos de Kluwer.

Salmerón, L., & Delgado, P. (2019). Análisis crítico sobre los efectos de las tecnologías digitales en la tecnología y el aprendizaje. Cultura y Educación, 31(3), 472–480.

Barwell, R. (2023). Obtención de significado matemático como proceso dialógico: reparaciones centradas en el significado y en el lenguaje. ZDM – Educación Matemática, 55(4), 535–550. https://doi.org/10.1007/s11858-023-00645-9

Diseño de una Secuencia didáctica para la Enseñanza y Aprendizaje de la factorización de polinomios

Oscar Iván Vanegas Martínez, Jairo Escorcia Mercado
byoka2017@yahoo.com, *jairo.escorcia@unisucre.edu.co*
Universidad de Sucre

Resumen

En la presente comunicación, se dan a conocer los resultados de un trabajo de grado para optar el título de licenciado en Matemáticas en la universidad de Sucre, Colombia, desarrollado en el año 2024.

La investigación se implementó en la I.E San José de Sincelejo Sucre, motivados por los resultados de bajo desempeño académico de los estudiantes en algebra, en el periodo 2019-2023, así como en los resultados de las pruebas saber 11. Lo cual fue corroborado por la aplicación de una prueba diagnóstica sobre los primeros casos de factorización. Esta se aplicó a dos muestras aleatorias de diez estudiantes de cada grado, octavo y noveno. Los resultados mostraron que los estudiantes, tanto en octavo como en noveno, presentaban dificultades en el dominio adecuado de los casos de factorización.

Conforme a referentes investigativos, de la educación matemática, respecto a la enseñanza y aprendizaje de la factorización de polinomios, se tienen detectadas, dificultades fundamentales a tener en cuenta en este estudio, como las siguientes; Errores en la resolución de

problemas en la modelación para la solución de los problemas (Burgos y Escobar, 2019). Errores considerados comunes como el inadecuado uso de los signos, el cálculo del valor numérico, y aquellos relacionados con la forma de trabajo empleado en la resolución de problemas (Baltazar et al., 2015).

Respecto al diseño de Secuencia didáctica también se listan algunas dificultades involucradas en la dimensión cognitiva. Tales como las concernientes al uso de registros y representaciones de la factorización, y las concernientes a la conceptualización y procedimientos de la factorización. Lo razonado permitió formular el problema de investigación: ¿Cómo se diseña una Secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de la descomposición factorial de polinomios? El objetivo general trazado fue el de proponer el diseño de una secuencia didáctica para la incidencia de la enseñanza y aprendizaje de la descomposición factorial de polinomios.

La investigación condujo al diseño de secuencias didácticas para la enseñanza y aprendizaje de la descomposición de polinomios, mediante los Estándares Básicos en Competencia, la Taxonomía de Bloom (UNIR, 2024), los criterios de las pruebas PISA, y la aplicación de la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau. Se diseñó tres categorías de análisis, con un enfoque cualitativo-interpretativo, recurriendo a la investigación bibliográfica para las fases 1 y 2 de la ingeniería didáctica. Se concluyó que el diseño de las secuencias didácticas es un proceso complejo, que permite obtener resultados favorables de acuerdo con la realidad educativa en consideración.

Palabras clave: Secuencia didáctica, Enseñanza y Aprendizaje, Descomposición factorial de polinomios.

Referencias

Baltazar, A., L. y Rivera., J., Martínez, R., Cardénas, H. & Amaya, T. (2015). Errores y dificultades que presentan los estudiantes de octavo grado al factorizar polinomios. Universidad de Sucre. Archivo digital. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1144117/Baltazar2015Errores.pdf

Burgos, L. & Escobar, D. (2019). Secuencia didáctica para el desarrollo del pensamiento algebraico en el nivel primaria. [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional]. Archivo digital. http://200.23.113.51/pdf/36198.pdfDíaz, M. (2019). ¿Qué eso que se llama pedagogía?. Pedagogía y Saberes Nº 50, 11-28. http://www.scielo.org.co/pdf/pys/n50/0121-2494-pys-50-11.pdf

Universidad Internacional de la Rioja. [UNIR]. (2024). Que es la taxonomía de Bloom cuáles son sus objetivos. https://colombia.unir.net/actualidad-unir/taxonomia-de-bloom/

Una mirada trasversal de las Nociones Comunes de Euclides

Ervin Adrian Caro Reyes
Anfibio900@gmail.com
Colegio José Francisco Socarrás I.E.D.

Resumen

Una de las grandes preocupaciones que atañen a las personas que estudian la disciplina matemática y de aquellos que ahondan en la pedagogía de tales saberes recae en la aplicabilidad de los conceptos abstractos del pensamiento matemático en otras áreas del saber tales como las ciencias naturales, ciencias sociales y aún sobre el lenguaje con el cual nos comunicamos.

El reto para la actual investigación radica en el análisis e implementación de las nociones comunes del libro I de Euclides (geometría plana) de forma mancomunada a través de la interpretación de cuatro docentes de áreas del conocimiento distintas (matemáticas, ciencias sociales, ciencias naturales, lengua castellana) desde el diseño curricular y las metodologías de implementación en el aula de un colegio estatal, en uno de los grados en educación media con mayor exigencia como lo es el grado sexto.

La posibilidad de generar experiencias con situaciones fundamentales y los resultados en la práctica docente hacen parte del fuerte de la presente propuesta que se fundamenta en la necesidad de hacer entendible y necesario una apropiación de los conceptos planteados en la geometría clásica, que un principio fueron planteados en un sentido netamente geométrico, pero a su vez, toman sentido y relevancia en la filosofía del pensamiento y es probable que alimenten posturas críticas en las maneras de interactuar dialécticamente y en la naturaleza misma.

¿Qué representan las nociones comunes en el pensamiento Euclidiano? Las Nociones comunes asumen axiomas o proposiciones que por su propia naturalidad intrínseca no requieren demostraciones, y para el caso de la geometría Euclídea refieren al manejo de magnitudes que menestan ser comparadas, algunas de las nociones son:

- Si dos cosas son iguales a una tercera, entonces son iguales entre sí.
- Si se suman cantidades iguales, el resultado es igual.
- Si se restan cantidades iguales, el resultado es igual.
- Si dos cosas coinciden, entonces son iguales.
- El todo es mayor que la parte.

Existen diferentes investigaciones que serán citadas en los referentes del presente escrito que argumentan la importancia de las nociones comunes en la estructura lógica en las demostraciones realizadas por Euclides y que se mantienen vigentes en la enseñanza de las matemáticas, mayormente en la geometría. A pesar de su valía conceptual, se desconocen antecedentes de la posible utilidad de tales “verdades irrefutables” en otros campos del saber; lo cual hace novedosa e interesante la actual propuesta didáctica.

Palabras clave: Euclides, Nociones Comunes, trasversalidad, diseño curricular.

Referencias

Jiménez, D. (2010). El problema del área en los Elementos de Euclides. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, *12*(2), 179-207.

Levi, B. (2006). *Leyendo a Euclides* (Vol. 6). Libros del Zorzal.

Oswaldo Rodríguez-Velásquez, J., Leonor Castillo-Bohórquez, M., Lucía Oliveros-Rozó, A., Soracipa-Muñoz, M. Y., & Prieto-Bohórquez, S. E. (2020). Caracterización geométrica euclidiana y fractal de células falciformes. *NOVA: Publicación Científica en Ciencias Biomédicas*, *18*(33).

Sánchez, C. H. (2012). La historia como recurso didáctico: el caso de los Elementos de Euclides. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 71-92.

Somolinos, H. R. (2022). Publicaciones sobre Filología Griega en España (2021). *Epos*, (38), 196-261.

La Resolución de Ecuaciones Cuadráticas por el método de Al-Khwarizmi, Mediada por las Teorías de las Representaciones Semióticas y la de Visualización

Mauricio Penagos, Julio César Duarte Vidal, Óscar Mario Londoño Duque
mauriciopenagos@usco.edu.co, *julio.duarte@usco.edu.co*, *oscar.londono@usco.edu.co*
Universidad Surcolombiana

Resumen

El propósito de este estudio es destacar el trabajo realizado por el matemático persa Al-Khwarizmi (Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi; Jiva, Uzbekistán 780 - Bagdad 850) para completar el cuadrado, para la enseñanza y el aprendizaje y de ecuaciones cuadráticas, apoyado por material concreto y el software GeoGebra. La intención es que lo presentado repercuta

favorablemente en el conocimiento matemático actual de los docentes en ejercicio y de los futuros profesores de matemáticas de secundaria, particularmente los que enseñan en los grados 8° y 9° de educación básica secundaria. Consideramos que el uso del método de Al-Khwarizmi en la enseñanza del álgebra puede proporcionar una mejor comprensión para resolver ecuaciones de segundo grado, al integrar las teorías de la visualización y de las representaciones semióticas como estrategia heurística en la resolución de tales ecuaciones.

El propósito de completar los cuadrados consiste en reescribir una expresión cuadrática de la forma $x^2 + bx = c; c > 0, (como\ caso\ particular)$ y convertirla en un trinomio cuadrado perfecto (TCP) que pueda ser factorizado como el cuadrado de un binomio. Completar el cuadrado consiste en tomar algo que probablemente no es un cuadrado y convertirlo en uno que efectivamente lo sea. Para tal fin, añadimos o restamos términos a ambos lados de la ecuación hasta que tengamos un TCP en un lado de la ecuación. Es preciso tener en cuenta que, para obtener el TCP, necesitamos dos términos que sean cuadrados perfectos y un término que es el doble del producto de las raíces cuadradas de los otros dos términos. A manera de ilustración exponemos el siguiente ejemplo: Resolver la ecuación $x^2 + 10x = 39$.

Solución: $x^2 + 10x = 39 \leftrightarrow x^2 + 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 39 + \left(\frac{10}{2}\right)^2 \leftrightarrow x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 = 64 \leftrightarrow (x + 5)^2 = 64 \leftrightarrow (x + 5) \cdot (x + 5) = 64 = 8 \cdot 8 \leftrightarrow x + 5 = 8 \leftrightarrow x = 3$

Nótese que si $x \in \mathbb{R}$, entonces $x = -13 \vee x = 3$. Pero si $x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, entonces $x = 3$. Este último caso es el que nos interesa por cuanto utilizaremos procedimientos geométricos y se tendrán en cuenta únicamente valores de $x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$.

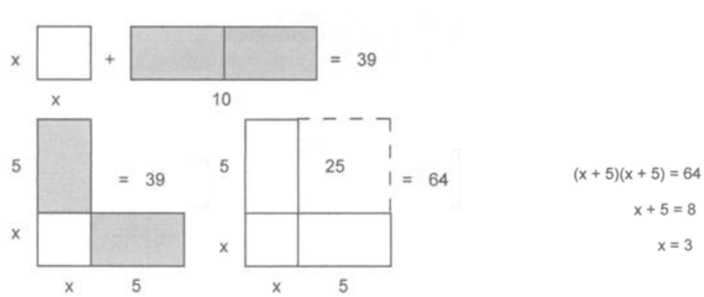
El procedimiento anterior tradicionalmente se ha realizado en al aula de clases de manera algorítmica, mayormente utilizando la metodología tradicional, caracterizada por el protagonismo del docente en la clase. Esto hace que se deje de lado (muchas veces por desconocimiento del profesor) teorías importantes como la de visualización y la de las representaciones semióticas que se pueden utilizar para resolver este tipo de problemas.

En relación con lo anterior, diversos investigadores en educación matemática resaltan que para lograr un aprendizaje óptimo es necesario emplear distintas representaciones de los conceptos matemáticos. Según De Guzmán (1996), las ideas, conceptos y métodos de las matemáticas, están constituidos por una variedad de contenidos visuales, que se pueden representar intuitiva y geométricamente. Por su parte, Torregosa y Quesada (2007), consideran que la visualización es el proceso de transferencia de una figura a una imagen mental o viceversa, en tal sentido un mecanismo mediante el cual se abstrae información de las representaciones semióticas con el fin de estructurar el conocimiento adquirido acerca de un objeto matemático.

Utilizando una representación visual para resolver la ecuación $x^2 + 10x = 39$ se tiene lo siguiente:

Figura 1

Representación geométrica de la Completación de Cuadrados[2].



[2] Tomado de https://old.maa.org/press/periodicals/convergence/completing-the-square

Objetivo: Poner en evidencia la importancia de las teorías de la visualización y la de las representaciones semióticas para la resolución de ecuaciones cuadráticas utilizando el método propuesto por el matemático árabe Al-Khwarizmi.

Metodología: El diseño de la investigación es de tipo cualitativo, para lo cual se implementaron diferentes instrumentos a un grupo de docentes en formación de un programa de licenciatura en matemáticas. En ocasiones el trabajo se realizó de manera individual, otras veces en comunidades de aprendizaje según lo propone Wenger (1988).

Palabras clave: Completación de cuadrados, representaciones semióticas, visualización.

Referencias

De Guzmán, M. (1996). Visualización en Análisis Matemático. Santiago, Chile: Sociedad Chilena de Educación Matemática. Estudios en Educación Matemática, (3).

Duval, R. (1999). Semiósis y pensamiento humano. Registros semióticos y prendizaje intelectual. (M. V. Restrepo, Trad.) Santiago de Cali, Colombia: Artes Gráficas Univalle.

Duval, R., & Saénz, A. (2016). Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Giaquinto, M. (2007). Visual thinking in mathematics. Oxford University Press.

Gómez Chacón, I. M. (2012). Visualización matemática: intuición y razonamiento.

Marmolejo, G., y Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. Educación matemática, 24(3), 7-32.

Torregrosa, G., Quesada, H., y Penalva, M. (2010). Razonamiento configural como coordinación de procesos de visualización. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 28(3), 327–340.

Torregosa, G., y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa, 276-300.

Zimmermann W. and S. Cunningham (eds), 1991, Visualization in Teaching and Learning Mathematics, Washington, DC: Mathematical Association of America.

https://bulldog2.redlands.edu/fac/beery/math115/m115_activ_complsq.htm

https://mathvoices.ams.org/featurecolumn/2020/11/01/fc-2020-10-2/

https://revistasuma.es/wp-content/uploads/suma/Suma95/S95w_027-032.pdf

https://old.maa.org/press/periodicals/convergence/completing-the-square

Resolución de problemas a partir del Loro Matemático

Jesús Antonio Larios Trejo
Jesus_larios@ucol.mx
Universidad de Colima

Resumen

El concurso "El Loro Matemático" reúne a los mejores estudiantes de educación media superior del estado y pone a prueba sus habilidades matemáticas en un entorno que combina teoría y práctica. Desde su inicio en 2014, este evento anual (exceptuando la pausa por la pandemia) ha sido un espacio para resolver problemas contextualizados, proporcionando una visión general del nivel académico de los participantes. Los reactivos son diseñados por docentes expertos, quienes adaptan los contenidos a las actualizaciones curriculares. La participación ha variado entre 8 y 35 planteles de instituciones públicas y privadas.

En la edición de 2024, los estudiantes enfrentaron problemas relacionados con álgebra, geometría, geometría analítica, trigonometría, estadística y aritmética. Este evento no solo fomenta el aprendizaje, sino también la sana competencia entre las escuelas, reflejando el esfuerzo continuo por fortalecer las competencias matemáticas en la comunidad. Diversos estudios destacan que los estudiantes enfrentan dificultades para resolver problemas

matemáticos, principalmente por la falta de estrategias explícitas y la incapacidad de relacionar los problemas con conocimientos previos. Lester (2023) señala que la ausencia de guía limita su capacidad para abordar problemas no rutinarios, mientras que Polya (1957) identifica como obstáculo principal la desconexión entre los problemas y los aprendizajes previos, lo que dificulta la aplicación de estrategias adecuadas.

Mason et al. (2010) subrayan que la resolución de problemas no solo desarrolla habilidades técnicas, sino que también fortalece el pensamiento crítico. Para lograrlo, es fundamental que los estudiantes sean guiados hacia la reflexión y el análisis de los procesos involucrados. Estas observaciones invitan a los docentes a implementar cambios que potencien el aprendizaje significativo y promuevan estrategias efectivas en sus clases. El objetivo es: Analizar los procesos de resolución de problemas de los estudiantes con mejor rendimiento y habilidades matemáticas de educación media superior, mediante el Loro Matemático 2024.

La metodología consistió en la aplicación de un cuadernillo con 8 problemas que abarcaban desde aritmética hasta cálculo integral y diferencial, incluyendo geometría analítica y álgebra. Los equipos, conformados por tres estudiantes de 2°, 4° y 6° semestre seleccionados por sus docentes, tuvieron 3 horas para resolver problemas que combinaban ejercicios directos y razonamiento contextualizado. Este enfoque evaluó conocimientos, destacando la progresión en las habilidades matemáticas de los participantes.

Figura 01.- Problema 02 del cuadernillo.

Observa la caja y escribe la expresión algebraica (reducida) que representa la medida del segmento AB.

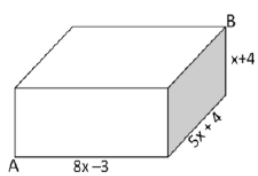


Figura 02.- Problema 07 del cuadernillo

Una empresa fabrica sus productos con la ayuda de tres máquinas. Cada máquina realiza el mismo trabajo, pero con distinta velocidad para producir el producto. Si se ponen a trabajar la máquina A y la máquina B al mismo tiempo, el lote total lo realizan en 6 horas; la máquina B junto con la máquina C realizan ese trabajo en 8 horas; al poner a trabajar las tres máquinas a la vez, la actividad la finalizan en 4 horas. Si se pone a trabajar una sola máquina, ¿cuánto tiempo tarda cada máquina en producir todo el lote que la empresa requiere?

Resultados: Los estudiantes de educación media superior tienen dificultades en la lectura, organización de problemas y datos, y carecen de procedimientos precisos al resolverlos. La literatura aborda esta problemática y a partir de ello se propone soluciones para el aula.

Palabras clave: Resolución de problemas, dificultades, Educación Media superior.

Referencias

Polya, G. (1957). Cómo plantear y resolver problemas. Princeton University Press

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). Pensando matemáticamente. Pearson Education.

Lester, F. K. (2013). Reflexiones sobre la investigación en la instrucción de la resolución de problemas matemáticos. The Mathematics Educator, 22(2), 34–41.

La formación de los futuros profesores de matemáticas de Secundaria en Quebec: favorecer la modelización matemática

Carlos Rojas Suárez, Hassane Squalli
Carlos.Rojas.Suarez@USherbrooke.ca, *Hassane.Squalli@USherbrooke.ca*
Universidad de Sherbrooke, Quebec, Canadá.

Resumen

En este trabajo, presentamos las líneas generales de nuestro proyecto doctoral de investigación en didáctica de las matemáticas en la Universidad de Sherbrooke (Quebec, Canadá). Nuestra investigación trata sobre la calidad de la preparación de los futuros profesores de matemáticas para enseñar la modelización matemática a los estudiantes de secundaria. En esta comunicación, presentamos los *desafíos* importantes del proceso de modelización matemática y su enseñanza en la secundaria. A continuación, presentamos las bases teóricas de nuestra investigación.

En el proceso de modelización matemática, como lo muestra Blum (2002), dos dominios están fundamentalmente implicados: el dominio extra-matemático y el dominio matemático. En el seno de dicho proceso, en el cual seis momentos pueden ser claramente diferenciados (i.e., (a) formulación del problema, (b) sistematización, (c) matematización, (d) análisis del sistema matemático, (e) interpretación y evaluación de los resultados y (f) validación del modelo construido), hemos identificado tres *desafíos* cruciales; el primero, al momento de la elección del problema inicial (a) para modelizar; el segundo, durante la utilización de los elementos matemáticos y de sus relaciones intrínsecas para traducir el problema inicial en términos matemáticos (b, c, y d); y el tercero, durante la aplicación de las matemáticas en el contexto del problema inicial (e y f).

Nuestra investigación apunta a analizar la manera en la que los programas de formación preparan a los futuros profesores para estos desafíos en la enseñanza de la modelización. Para este efecto, nos proponemos analizar en un primero momento los planes de actividades de formación para profesores de matemáticas de algunos programas de formación de Quebec (gouvernement du Québec, 2020). En un segundo momento, tenemos previsto realizar una encuesta entre los futuros profesores de matemáticas de secundaria de la Universidad de Sherbrooke para documentar sus conocimientos para enseñar, en el sentido de Ball et al. (2008), la modelización matemática en relación con los tres desafíos mencionados antes.

Palabras clave: Modelización matemática, Formación de profesores, Conocimientos específicos de los profesores.

Bibliografía

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?

Blum, W. (2002). ICMI Study 14 : Applications and Modelling in Mathematics Education : Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, *51*(1/2), 149-171. https://doi.org/10.1023/A:1022435827400

Gouvernement du Québec. (2020). Référentiel de compétences professionnelles : profession enseignante. https://cdn-contenu.quebec.ca/cdn-contenu/adm/min/education/publications-adm/devenir-enseignant/referentiel_competences_professionnelles_profession_enseignante.pdf

Caracterización del pensamiento Físico-Matemático en la resolución de problemas usando los conceptos de campos escalares y vectoriales.

Julio César Ayala Plazas
jayala86@uan.edu.co - *julcers86@gmail.com*
Universidad Antonio Nariño

Resumen

El presente trabajo de investigación tiene como objeto Caracterizar el pensamiento Físico - Matemático y su relación en el contexto de la resolución de problemas asociadas a los temas de Campo eléctrico, Potencial y Densidad de carga, fortaleciendo la conceptualización de campos escalares y vectoriales en estudiantes de ingeniería, la idea general es identificar y resaltar como los diferentes tipos de pensamiento interactúan con el objetivo de exponer como los conceptos u objetos matemáticos se integran en el campo de la física para la resolución de problemas retadores en el campo de la electricidad y posteriormente presentar una aproximación a la definición de pensamiento físico dentro del campo de la educación matemática, durante la investigación se expondrán cada una de las fases y etapas para la obtención de los resultados esperados.

Esta investigación surge de la necesidad de implementar un curso de electricidad y magnetismo con los componentes necesarios que le permita al estudiante hacer uso de los diferentes tipos de pensamientos que interactúan tanto en física como la matemática que los lleve a diferenciar el carácter escalar y vectorial de las magnitudes físicas, con el fin de potenciar y articular los conceptos matemáticos en la física y aplicarlos en la solución de problemas complejos y en situaciones que lo requiera, por lo que la investigación se encamina a caracterizar de elementos articuladores entre pensamiento físico y Matemático, adicionalmente se pretende construir un sistema de actividades que permita esta caracterización, involucrando a los estudiantes de ingeniería de la Universidad Surcolombiana, marcada por la metodología cualitativa, dentro de un diseño cuasiexperimental proponiendo 4 fases tales como: 1. Levantamiento de la información y construcción del estado del arte, 2. Diseño de la Propuesta 3. Trabajo de campo, que consiste en implementar la propuesta 4. Análisis de los resultados y elaboración del informe.

Palabras clave: Pensamiento, articular, educación, Física, Matemática, Caracterización.

Referencias

Mason, J., Burton, L., Stacey, K., & Martínez Pérez, M. (1992). Pensar matemáticamente (1a. ed., 2a. reimp). Labor ; Centro de Publicaciones del MEC.

Arnon, I. (Ed.). (2014). APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education. Springer-Verlag.

Sriraman, B., & English, L. D. (Eds.). (2010). *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers*. Springer.

Krantz, S. G. (2018). *Essentials of mathematical thinking*. CRC Press, Taylor & Francis Group, a Chapman & Hall book.

Reba, M. A., & Shier, D. R. (2015). *Puzzles, Paradoxes, and Problem Solving: An Introduction to Mathematical Thinking*. CRC Press.

Eligio, U. X. (Ed.). (2017). *Understanding emotions in mathematical thinking and learning*. Academic Press is an imprint of Elsevier.

Giaquinto, M. (2011). *Visual thinking in mathematics: An epistemological study* (1. publ. in paperback). Oxford Univ. Press.

El enfoque ontosemiótico como herramienta para mejorar la comprensión del cálculo en ingeniería: un estudio cualitativo

Ruth Stella Garcia Martínez, Alejandra María Serpa,, Pastor Ramirez Leal
ruthstellagm@hotmail.com, alejandramariaserpa@ufps.edu.co,
pastorramirez@ufps.edu.co;
Universidad Francisco de Paula Santander

Resumen

Durante el proceso de formación académica los estudiantes de ingeniería deben afrontar importantes desafíos y superar las brechas que por generaciones se han presentado respecto a la complejidad de los contenidos en el área de cálculo, a pesar del apoyo tecnológico y los recursos disponibles para su acceso los estudiantes continúan presentando dificultades y obstáculos en la comprensión de conceptos y el uso de estos contenidos en la solución acertada de problemas aplicados. Como lo expresa Neira (2020) “al observar los cursos de cálculo en primeros semestres de universidad, se evidencian dificultades como incomprensión de los conceptos,

inadecuado manejo de los razonamientos, además de una no muy sólida competencia algebraica en la resolución de los nuevos problemas. P. 25.

Ahora bien, el uso de metodologías basadas en el transmisionismo, la deficiencia en los conocimientos previos, así como el interés por cumplir con los contenidos por parte de los docentes representan limitaciones para el alcance de aprendizajes significativos por lo que se requiere disponer de herramientas didácticas que permitan afrontar de manera exitosa estos problemas cruciales. Ante esta situación, a lo largo de la historia nos hemos encontrado con diversas teorías del aprendizaje y la enseñanza que vienen desde el pragmatismo, el conductismo, el constructivismo entre otras, sin embargo, se hace necesario unificar estas teorías a fin de afrontar de manera efectiva las dificultades y obstáculos que conllevan los procesos de enseñanza de las matemáticas, por tal razón, esta investigación se fundamenta en las herramientas que propone el enfoque ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la Instrucción matemática, descrito por Godino, (2024)

> “ EL EOS desarrolla una visión antropológica y pragmatista de las matemáticas, esto es, como actividad humana centrada en la resolución de problemas. Esta visión se complementa y articula con otras dos concepciones: la matemática como sistema de objetos y procesos y la matemática como sistema de signos.” P. 18

Dentro de este contexto, el EOS propone una enseñanza de la matemática donde se aborden los significados (ontología) de los objetos matemáticos y los signos (Semiótica) que los relacionan.

Con este trabajo se pretende “presentar la Fundamentación teórica del Enfoque Ontosemiótico (EOS) como una herramienta orientada al manejo de dificultades y obstáculos en la enseñanza del cálculo para estudiantes de ingeniería”. El estudio es de carácter cualitativo con un diseño fenomenológico, los datos se recopilarán en dos momentos: el primero, mediante una entrevista semiestructurada aplicada a 8 estudiantes de Ingeniería de Minas de la UFPS y en un segundo momento se realizará un grupo focal formado por 6 docentes que orientan las materias de Cálculo Diferencial, Integral, Vectorial y Ecuaciones Diferenciales, La información recabada será analizada mediante el Software especializado Atlas Ti y Nvivo.

Como resultado de esta investigación se espera: "Proponer un modelo didáctico como alternativa para el manejo de dificultades y obstáculos en la enseñanza del cálculo para estudiantes de ingeniería de Minas de la UFPS".

Palabras clave: Dificultades, obstáculos, enseñanza de la matemática, semiótica, ontología de la enseñanza.

Bibliografía

Aguilar, G. M., Viveros, L. F. A., Dallos, A. R. L., & Higuera, E. J. M. (2023). Enseñanza de las matemáticas en ingeniería: características del contexto colombiano. *Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería*.. *Entramado*, *19*(1), 199-216.

Barragán-Moreno, S. P., Aya-Corredor, O., & Soto-Saray, C. E. (2024). Modelo conceptual para la enseñanza y aprendizaje de matemáticas universitarias. RECIE. Revista Caribeña de Investigación Educativa, 8(1), 65-88

Etchegaray, S., Markiewicz, M.E., Giacomone, B. (2019). El análisis ontosemiótico: una herramienta didáctica para la formación del profesor de matemática. Contextos de Educación 26 (19): 97-110

Godino, J. D. (2024). Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones. McGraw Hill-Aula Magna.ISBN: 9788410066519.

Neira S. Gloria Inés- (2020). Dificultades en las prácticas del cálculo diferencial: una mirada desde la teoría de los obstáculos y los conflictos semióticos -- 1a. ed. -- Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Acciones mentales del razonamiento covariacional exhibidas por estudiantes universitarios al modelar problemas con tecnologías digitales

Luis Fernando Muñoz Gutiérrez, Jorge Enrique Fiallo Leal
luis2248066@correo.uis.edu.co, *jfiallo@uis.edu.co*
Universidad Industrial de Santander

Resumen

La presente investigación aborda las limitaciones de los enfoques tradicionales en la enseñanza del cálculo, los cuales priorizan la memorización de procedimientos y algoritmos, lo que genera dificultades en la comprensión profunda de conceptos y en la habilidad para modelar situaciones reales. Estas carencias resultan en una visión estática de fenómenos dinámicos, restringiendo el aprendizaje significativo. (Artigue, 1995; Hitt, 2003). Diversos estudios proponen priorizar la enseñanza basada en ideas de variación y covariación, apoyada por la modelación matemática y el uso de tecnologías digitales como GeoGebra, para superar estas deficiencias. (Thompson y Carlson, 2017; Villa-Ochoa et al., 2009; Moreno, 2014).

El objetivo principal de este estudio es caracterizar las acciones del razonamiento covariacional que presentan estudiantes de un curso de Cálculo Diferencial, cuando exploran distintos tipos de variación (directa, inversa, acelerada, convergente, cíclica y escalonada) mediante modelación matemática y actividades experimentales.

Metodológicamente, se utiliza un enfoque cualitativo basado en el "Experimento de enseñanza" Camargo (2021) que comprende cinco etapas, desde la fundamentación teórica y conceptual hasta la implementación y evaluación de una secuencia de enseñanza. Actualmente, se encuentra en desarrollo la etapa de diseño de actividades y su análisis a priori, que contempla cinco talleres, cada uno enfocado en un tipo de variación y contextualizado en un fenómeno propio de

la ingeniería, la ciencia o la vida real. Sin embargo, se proyecta contar con algunos resultados sólidos para la fecha del Simposio de Matemáticas y Educación Matemática.

Palabras clave: razonamiento covariacional, modelación, tecnologías digitales.

Referencias

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Eds.), *Ingeniería Didáctica en la Educación Matemática* (pp.97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*, 5, 352-378.

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. En *Décimo Primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior*. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México.

Moreno, L. (2014). *Educación Matemática: del signo al píxel.* Bucaramanga: Ediciones Universidad Industrial de Santander.

Steen, L. (1998). La enseñanza agradable de las matemáticas. México: Limusa.

Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. En J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 421-456). National Council of Teachers of Mathematics.

Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. *Revista TecnoLogicas,* 19, 63-86.

Modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de teoría del interés en los estudiantes de la Especialización en Actuaría de la Universidad Antonio Nariño

Natalia Rincón Pulido, Mary Falk de Losada
irincon38@uan.edu.co, director.doctoradoem@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

El trabajo aborda la necesidad de fortalecer el pensamiento matemático de los estudiantes de la especialización en Actuaría de la Universidad Antonio Nariño (UAN) en la asignatura Teoría del Interés en el contexto de la resolución de problemas. El propósito de esta investigación es construir y validar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje que optimice el aprendizaje de teoría del interés, adicionalmente, se espera integrar un método de enseñanza innovador, por medio de recursos tecnológicos y estrategias de evaluación, con el fin de no solo mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, sino también mejorar su capacidad para resolver problemas de la vida real y tomar decisiones en el contexto financiero.

Además, el desarrollo de un modelo didáctico adaptado a las necesidades específicas de los estudiantes de la UAN representa un compromiso con la calidad educativa y la excelencia académica. Al considerar las características particulares de los estudiantes de este programa, se pretende maximizar la comprensión y retención de los conceptos, promoviendo así un aprendizaje significativo y la aplicación práctica especialmente en teoría del interés.

Las valoraciones anteriores permiten determinar el siguiente problema de investigación: ¿Cómo fortalecer el pensamiento matemático en la asignatura teoría del interés en el contexto de la resolución de problemas en los estudiantes de la especialización de actuaría de la Universidad Antonio Nariño?

Se infiere como objetivo general construir y validar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de teoría del interés en los estudiantes de la especialización en actuaría de la UAN.

Además, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Diseñar un proceso de enseñanza y aprendizaje de teoría del interés en los estudiantes de la especialización en actuaría de la UAN.
- Analizar los modelos para la enseñanza y aprendizaje de teoría del interés.
- Diseñar actividades interactivas apoyadas con las nuevas tecnologías, el contexto para la enseñanza y aprendizaje de teoría del interés.
- Validar el modelo didáctico y el sistema de actividades para la enseñanza y aprendizaje de teoría del interés.
- Desarrollar una metodología bien estructurada para plantear problemas de teoría del interés, con el fin de mejorar la comprensión y aplicación de conceptos financieros complejos por parte de los estudiantes.

Finalmente, la metodología de investigación de este trabajo es de tipo investigación-acción, la cual combina técnicas cualitativas y cuantitativas. Este tipo de investigación es adecuado, pues dado que la investigación se centra en la construcción y validación de un modelo, este permite intervenir directamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, evaluar el impacto de las intervenciones, y ajustar el modelo a partir de los resultados obtenidos.

Palabras clave: Actuaría, Educación Actuarial, Teoría del Interés, Resolución de problemas.

Referencias

Barreto, J., & Salazar, M. (2019). *Matemática actuarial: Fundamentos y aplicaciones*. Editorial Universitaria.

Gutiérrez, E., González, L., Álvarez, J., & González, K. (2022). Capítulo 10. Percepción sobre la inclusión en las prácticas docentes de los estudiantes de las licenciaturas en Negocios

Internacionales, Logística y Actuaría de la Universidad Autónoma del Estado de México. 10.46990/iQuatro.2022.12.2.10.

Oksana Mytsan. (2023, June). Revista Actuarios No 52 – Instituto de Actuarios Españoles. Actuarios.org. https://actuarios.org/2023/06/12/actuarios52/

Hernández, M. (2014). La Educación Financiera en los Alumnos de la Licenciatura en Actuaría de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma del Estado de México. UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL ESTADO DE MEXICO.

Clasificación de imágenes digitales con ayuda de Álgebra Lineal

Pablo Enrique Moreira Galván,
pablo.moreira@anahuac.mx
Universidad Anáhuac Querétaro

Resumen

La determinación del marmoleo (grasa intramuscular) en la carne es uno de los métodos actuales utilizados para clasificar la calidad de los productos cárnicos (Cheng et al., 2015). Los métodos convencionales para determinar el grado de marmoleo en la carne consisten en una evaluación visual mediante la comparación con imágenes de referencia (Caridade et al., 2020). El marmoleo, junto con otras características, está relacionado con la calidad de la carne: a mayor marmoleo, mayor calidad del producto (Cheng et al., 2015).

El uso del álgebra lineal se presenta como una herramienta alternativa para clasificar la carne mediante el procesamiento digital de imágenes (Allali, 2010). Las imágenes consisten en un arreglo de datos organizados en forma de tablas, donde cada dato proporciona información sobre el color de la imagen. Esta característica permite manipular las imágenes mediante operaciones matemáticas para obtener información relevante.

Imágenes Digitales

Una imagen digital es una matriz donde a cada entrada se le denomina píxel. (Allali, 2010) .

Figura 1 Imagen en blanco y negro son su representación matricial

En el caso de imágenes a color cada entrada de la matriz que representa la imagen a su vez es una matriz de usualmente de 3x1 o 4x1, que dependiendo del sistema de colores a usar representa la combinación de éstos (Ver Figura 1).

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix}0.5\\0.3\\1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0.2\\0.8\\0.6\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0.1\\0.1\\0.1\end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

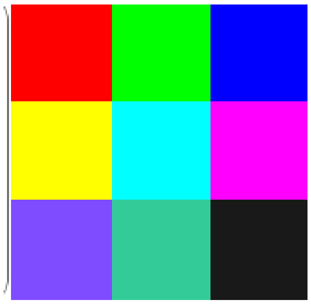


Figura 1 Representación matricial de la imagen y base canónica

Utilizando el concepto de que toda imagen digital puede representarse como una matriz, y aplicando operaciones matriciales junto con una base de colores adecuada (Moreira, 2024), es posible generar una imagen de manera automática, la cual permite determinar el porcentaje de marmoleo en la carne como se muestra en la Figura 2 de manera objetiva y sistematizada, evitando los errores humanos que presentan de manera cotidiana.

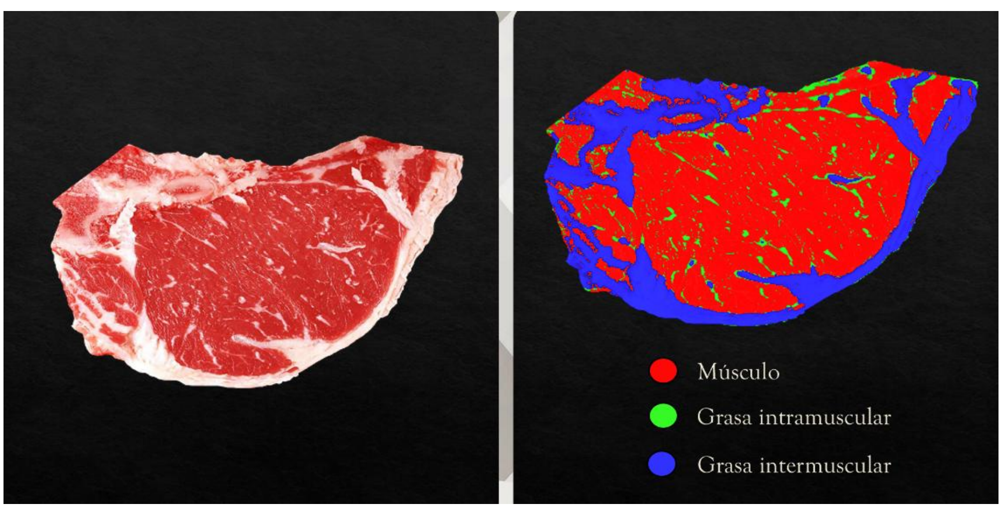


Figura 2 Representación matricial de la imagen y base canónica

Palabras clave: Álgebra Lineal, Imágenes Digitales, Matrices.

Referencias

Allali, M. (2010). *Linear algebra and image processing*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41(6), 725-741. https://doi.org/10.1080/00207391003675133.

Caridade, C. M. R., Pereira, C. D., Pires, A. F., Marnotes, N. G., & Viegas, J. F. (2020). *Image analysis as a tool for beef grading*. Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering: Imaging & Visualization, 10(5), 466-475. https://doi.org/10.1080/21681163.2020.1776159

Cheng, W., Cheng, J.-H., Sun, D.-W., & Pu, H. (2015). *Marbling analysis for evaluating meat quality: Methods and techniques*. Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety, 14(5), 523-535. https://doi.org/10.1111/1541-4337.12149

Moreira, P. (2024). *Mathematica para entender la aritmética del color*. Revista Mexicana de Física E 21(2). https://doi.org/10.31349/RevMexFis.21.020218

Operadores de aproximación de tránsito flexible y algunas aplicaciones

José Sanabria, Osmin Ferrer, Leison Noriega
jose.sanabria@unisucre.edu.co, osmin.ferrer@unisucre.edu.co,
leison7noriega@gmail.com
Universidad de Sucre

Resumen

En la historia reciente de la humanidad se ha evidenciado el rápido desarrollo tecnológico y la extensa aplicación de las tecnologías de bases de datos en diversos campos del saber, esto abarca un extenso manejo de los datos disponibles para analizar información en ciencias puras y aplicadas, lo que ha generado el descubrimiento de nuevos conocimientos en áreas de intensa investigación basadas en la toma de decisiones sobre una gran cantidad de información, la cual

es frecuentemente imprecisa, cualitativamente insuficiente y cuantitativamente variada. Debido a esta situación, en décadas pasadas se desarrollaron varias técnicas y teorías para tratar datos de naturaleza imprecisa, entre las cuales se pueden mencionar la teoría de las funciones de creencia de Dempster-Shafer y la teoría de conjuntos difusos. En este sentido, Pawlak (1982) propuso la teoría de conjuntos rough basada en una información relacionada con cada objeto del universo. Entre las ventajas de la teoría de conjuntos rough para el análisis de datos, resalta que esta solo se basa en los datos originales y no necesita cualquier información externa; es decir, no es necesaria ninguna suposición acerca de los datos. Una desventaja es que al estar la información relacionada con cada objeto del universo se hace dependiente de una relación de equivalencia, la cual es muy restrictiva para diversas aplicaciones prácticas. Esta relación de equivalencia organiza los datos en clases de correspondencia que son la base para definir y analizar conjuntos en presencia de incertidumbre, ya que divide el universo en clases de equivalencia, que luego se usan para construir las bases de la teoría de conjuntos rough.

Para ampliar la teoría de conjuntos rough, Yao y Lin (1996) propusieron una teoría de conjuntos rough generalizada basada en una relación binaria, en donde se divide el universo en conjuntos más generales que las clases de equivalencia. De esta manera, la teoría generalizada de Yao y Lin abrió nuevas posibilidades en la representación y manejo de incertidumbre, adaptándose a una gran variedad de aplicaciones en ciencia de datos, ingeniería, economía, biología, etc. Aunque esta generalización proporcionó ciertas ventajas para el tratamiento de incertidumbre, no era suficiente para problemas complejos de ingeniería, economía y estadística, ya que la relación binaria no era apropiada para abordar estos problemas. En vista de esto, Molodtsov (1999) introdujo la teoría de conjuntos flexibles, en donde se utilizan parámetros o atributos para describir objetos específicos del universo, disponiendo así, de suficientes herramientas de parametrización para evitar las dificultades antes mencionadas y ser aplicada en problemas de toma de decisiones y modelado de datos inciertos.

Después de la aparición de la teoría de conjuntos flexibles, en los últimos años a crecido continuamente el interés por estudiar los aspectos teóricos de dicha teoría, así como su hibridación con otras teorías existentes para mejorar la toma de decisiones en diversos escenarios donde las estructuras de modelización de la incertidumbre son cruciales. En este sentido, Feng et al. (2011) presentaron una fusión de la teoría de conjuntos flexibles y la teoría de conjuntos rough, la cual es conocida como *teoría de conjuntos rough flexibles*. Esta teoría ha resultado ser un enfoque matemático de gran utilidad a la hora de tomar decisiones en conjuntos de datos asociados a problemas de la vida cotidiana. Una de sus mayores ventajas es que, al tener la herramienta de parametrización provista por los conjuntos flexibles, con las aproximaciones rough flexibles, se puede analizar la incertidumbre presente en sistemas parametrizados mediantes relaciones complejas. Motivados por esto, Li et al. (2013) introdujeron los operadores de aproximación rough flexibles y exploraron la relación entre conjuntos rough flexibles y topologías.

Por otra parte, las funciones de tránsito fueron introducidas por Mulder (2007) como un enfoque unificador de los resultados e ideas sobre intervalos, convexidades e intermediación en grafos y posets. Estas funciones se utilizan para modelar relaciones en diversos contextos, como la teoría de grafos, las geometrías convexas y la topología discreta. Gracias a su versatilidad, han sido aplicadas a problemas prácticos en áreas como redes de transporte, optimización de sistemas de comunicación y análisis de datos en redes sociales y biológicas. Formalmente, una función de tránsito $T: U \times U \to U$ sobre un conjunto finito no vacío U, es definida mediante tres axiomas básicos: (T1) $\{u, v\} \subseteq T(u, v)$, (T2) $T(u, v) = T(v, u)$, (T3) $T(u, u) = \{u\}$. Debido a que estos axiomas aparecen implícitamente en la definición de los operadores rough flexibles presentados en (Li et al., 2023), resulta interesante investigar la factibilidad de construir una teoría hibrida donde se involucren conjuntos rough flexibles y funciones de tránsito. Este trabajo pretende dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Cómo obtener una relación binaria que permita conectar la teoría de conjuntos rough flexibles y la teoría de funciones de tránsito?
2. ¿Qué tan apropiada es esta relación binaria para definir nuevas aproximaciones de un conjunto, donde algunos resultados conocidos sean casos particulares?
3. ¿De qué manera se puede aplicar esta nueva hibridación en algunas situaciones de la vida cotidiana de la sociedad Colombiana?

Por tal motivo, en este trabajo, introducimos nuevos operadores de aproximación de un conjunto, denominados *operadores de aproximación de tránsito flexible*, establecemos sus principales propiedades e investigamos su relación con los operadores propuestos en (Feng et al., 2011; Li et al., 2023). Además, discutimos la aplicación de esta teoría en una situación de transporte de la región Caribe Colombiana.

Palabras clave: Conjuntos flexibles, espacio de aproximación flexible, función de tránsito.

Referencias

Feng, F., Liu, X., Leoreanu-Fotea, V., & Jun, Y. B. (2011). Soft sets and soft rough sets. *Information Sciences*, 181(6), 1125-1137.

Li, Z., Qin, B., & Cai, Z. (2013). Soft rough approximation operators and related results. *Journal of Applied Mathematics*, 2013(1), 241485.

Mulder, M. (2007). Transit functions on graphs (and posets) (No. EI 2007-13). Report/*Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam*. Retrieved from http://hdl.handle.net/1765/10076

Molodtsov, D. (1999). Soft set theory—First results. *Computers & Mathematics with Applications*, 37(1), 19–31.

Pawlak, Z. (1982). Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 11, 341-356.

Yao, Y. Y., & Lin, T. Y. (1996). Generalization of rough sets using modal logics. *Intelligent Automation & Soft Computing*, 2(2), 103-119.

Actividades enchufadas para potencializar el pensamiento computacional en matemáticas

Jesús Andrés Jaimes León, Sonia Valbuena Duarte
jandresjaimes@mail.uniatlantico.edu.co, soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co
Universidad del Atlántico.

Resumen

El Pensamiento Computacional (PC) se presenta como una habilidad transversal aplicable a diversas áreas del conocimiento. Así es objetivo en este trabajo analizar cómo el desarrollo del PC puede fomentar competencias matemáticas en los estudiantes. Para ello, se concibe como una macrohabilidad que facilita la resolución de problemas de manera lógica y metódica. Desde el punto de vista metodológico, se emplea un enfoque enchufado que incluye el diseño de actividades mediadas por dispositivos electrónicos. La población objetivo son estudiantes de matemáticas de básica secundaria. La recolección de datos se realiza mediante observación participante y entrevistas semiestructuradas. Los resultados evidencian un desarrollo en la creatividad y en los conocimientos aplicados para generar soluciones innovadoras a los problemas planteados. Asimismo, se observa un progreso en las subhabilidades que componen el PC impactando las competencias en matemática del estudiante. En conclusión, el uso de actividades enchufadas en la

enseñanza de las matemáticas potencia el desarrollo de las distintas subhabilidades del PC, favoreciendo un aprendizaje más integral y efectivo.

Palabras clave: actividades enchufadas, didáctica de las matemáticas, pensamiento computacional

Referencias

Barcelos, T., Muñoz-Soto, R., Villarroel, R., Merino, E., & Silveira, I. (2018). Mathematics learning through computational thinking activities: A systematic literature review. Journal of Universal Computer Science, 24(7), 815–845.

Gobierno de Colombia & British Council. (2022). Introducción a GREEN TIC, guía pedagógica para docentes que orientan el pensamiento computacional. https://prismic-io.s3.amazonaws.com/greentic/27f59188-8410-410a-a7e7-de8d69530f82_S1+Gu%C3%ADa_+Introducci%C3%B3n+a+GreenTIC.pdf

Stephens, M., & Kadijevich, D. M. (2020). Computational/Algorithmic Thinking. En S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education. 117-123. Springer https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100044

Valbuena, S., Elías L., & Berrio J. (2024). Pensamiento computacional en matemáticas con Code.org. *Cedotic*, 9(1), 95–113. https://doi.org/10.15648/cedotic.1.2024.3999

Wing, J. (2006). Computational Thinking. View Point. Comunication of ACM, 49(3), 33-35. http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/usr/wing/www/publications/Wing06.pdf

Gobierno de Colombia y British Council. (2022). Introducción a GREEN TIC, guía pedagógica para docentes que orientan el pensamiento computacional. https://prismic-io.s3.amazonaws.com/green-tic/27f59188-8410-410a-a7e7-de8d69530f82_S1+Gu%C3%A-Da_+Introducci%C3%B3n+a+GreenTIC.pdf

Valbuena, S., Elías L., W. ., & Berrio V. , J. (2024). Pensamiento computacional en matemáticas con Code.org. Revista Cedotic, 9(1), 95–113. https://doi.org/10.15648/cedotic.1.2024.3999

Rodríguez, F. M., Gutiérrez, A. D., & Mendoza, M. D. L. Á. B. (2024). Integración del pensamiento computacional: Diseño de artefactos por profesores de bachillerato para resolver tareas matemáticas: Integrating computational thinking: Artifacts design by high school teachers to solve mathematical tasks. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, *5*(5), 4498-4519.

Quiroz-Vallejo, D. A., Carmona-Mesa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Villa-Ochoa, J. A. (2021). Integración del Pensamiento Computacional en la educación primaria y secundaria en Latinoamérica: una revisión sistemática de literatura. Revista de Educación a Distancia (RED), 21(68).

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. Communications of the ACM, 49(3), 33-35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

La evaluación formativa como emergencia del sujeto y su subjetividad

María de los Ángeles Ocampo Sánchez, Liliana Patricia Ospina Marulanda.
angelitos.ocampo@gmail.com, lpospina@uniquindio.edu.co
Universidad San Buenaventura, Universidad del Quindío

Resumen

En este trabajo se presentan los avances del estudio de investigación a nivel de maestría denominado "La evaluación formativa como emergencia del sujeto y su subjetividad", en el cual se muestran algunos aspectos que dan evidencia de los problemas de la evaluación en el área de

matemáticas, entre ellos que muchos profesores confunden calificar con evaluar, pues consideran que la evaluación se limita a dar una nota frente a lo que el estudiante ha aprendido en un periodo de tiempo, dando mayor relevancia a la función certificadora de la evaluación, dejando de lado su papel formativo. Esto se evidencia en las prácticas evaluativas de los profesores, las cuales están asociadas al control y la verificación de logros por medio de pruebas escritas de selección múltiple, de única respuesta o donde se evalúan procesos y algoritmos dejando a un lado el pensamiento crítico. Esta forma de evaluar genera miedo no solo por el estrés que acarrea estudiar grandes cantidades de información, sino también por la incidencia que tienen los exámenes en la vida personal y académica. Además, en muchas ocasiones la nota obtenida no refleja realmente el aprendizaje del estudiante ni mucho menos su progreso, lo cual puede producir frustración y a su vez afectar su autoestima.

Teniendo en cuenta lo anterior, se considera que los estudiantes han sido tratados como objeto de la evaluación, pues al momento de evaluar no se tienen en cuenta sus contextos, perspectivas ni experiencias previas. Por tal razón, se debe dar un giro de una evaluación centrada en la medición, hacia una más formativa que favorezca el desarrollo humano de los estudiantes, la mejora en las practicas docentes y el sistema educativo en general. En este orden de ideas, la evaluación en matemáticas debería ser un proceso continuo que contribuya al desarrollo de habilidades en los estudiantes, y no reducirse a una producción final en la que se les etiquete como buenos o malos.

A partir de lo anterior, se plantea la pregunta de investigación: ¿Cómo orientar procesos de evaluación formativa en el área de matemáticas que tengan en cuenta al sujeto y su subjetividad? y el objetivo del estudio es contribuir con propuestas de evaluación formativa que tengan en cuenta al sujeto y su subjetividad en el área de matemáticas. Para ello, se adopta una metodología cualitativa con enfoque socio-crítico. En tal sentido, se aspira a crear espacios de reflexión profunda que promuevan la toma de conciencia en docentes y estudiantes, transformando las prácticas evaluativas en el área de matemáticas hacia enfoques que reconozcan al sujeto en toda su complejidad, respetando su individualidad, su contexto y su capacidad de aprendizaje, y que permitan generar procesos educativos más humanos e inclusivos.

Palabras clave: Evaluación formativa, retroalimentación formativa y subjetividad.

Referencias

Anijovich, R. (2010). La retroalimentación en la evaluación. En Anijovich et al (2010). La evaluación significativa (pp. 129-149). Buenos Aires: Editorial Paidós Educador.

Anijovich, R. (2019). Orientaciones para la formación docente y el trabajo en el aula: Retroalimentación formativa. Chile: SUMMA.

Jarero, M., Aparicio, E. y Sosa, L. (2013). Pruebas escritas como estrategia de evaluación de aprendizajes matemáticos. Un estudio de caso a nivel superior. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16 (2), 213-243.

Martínez, F. (2013). Dificultades para implementar la evaluación formativa: Revisión de literatura. Perfiles educativos, 35 (139), 128-150.

Ospina, L. (2019). Configuración de las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas en instituciones universitarias colombianas. Tesis doctoral. Universidad de San Buenaventura Cali. Colombia.

Prieto, M y Contreras, G. (2008). Las concepciones que orientan las prácticas evaluativas de los profesores: un problema a develar. Estudios Pedagógicos, 34 (2), 245-262.

Ramírez, H., Chiquito, T. y Alzate, I. (2018). La evaluación formativa: un cambio metodológico para los aprendizajes. Concepciones y realidades en la práctica.

Enfoque STEAM en la Primera Infancia: Retos y Oportunidades en la Integración de las Matemáticas y las Artes

Raúl Prada Núñez, Mariana Elena Peñaloza Tarazona, Francisco Javier Rodríguez Moreno
raulprada@ufps.edu.co, mariana.penaloza@unisimon.edu.co, jrmoreno@ujaen.es
Universidad Francisco de Paula Santander, Universidad Simón Bolívar, Universidad de Jaén

Resumen

La educación en la primera infancia es un periodo estratégico para el desarrollo de competencias cognitivas, sociales y emocionales. El enfoque educativo STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Artes y Matemáticas) se presenta como una propuesta interdisciplinaria que integra estas disciplinas para abordar problemas reales, fomentando habilidades críticas del siglo XXI como el pensamiento crítico, la creatividad y la resolución de problemas. Sin embargo, su implementación enfrenta barreras significativas, particularmente en el nivel inicial, donde la falta de formación docente especializada y los recursos limitados restringen su aplicación efectiva.

El problema central radica en cómo integrar de manera efectiva el enfoque STEAM en la práctica pedagógica de la primera infancia, específicamente en contextos con limitaciones curriculares y recursos escasos. Esta investigación busca analizar el grado de implementación de las competencias STEAM en docentes de grado de transición en una ciudad fronteriza de Colombia, destacando los desafíos y oportunidades para la integración interdisciplinaria, con énfasis en las matemáticas y las artes.

El objetivo principal de esta investigación es evaluar las competencias STEAM en la práctica docente de la primera infancia, identificando barreras y oportunidades para su

integración efectiva, ello con el ánimo de proponer estrategias para fortalecer la formación docente en donde se promuevan prácticas innovadoras en el aula que integren las matemáticas y las artes de manera significativa.

La metodología adoptada es de enfoque mixto y diseño secuencial descriptivo. En la fase cuantitativa, se aplicó un cuestionario validado de 51 ítems a una muestra probabilística de 122 docentes de grado Transición. En la fase cualitativa, se realizaron entrevistas a tres docentes seleccionados por su liderazgo institucional y experiencia pedagógica. Los datos cuantitativos fueron analizados para identificar tendencias generales, mientras que los cualitativos proporcionaron información más profunda sobre las prácticas y desafíos en la implementación del enfoque STEAM. La triangulación de ambas fases permitió contrastar los hallazgos y obtener una visión integral de las competencias y necesidades formativas de los docentes.

Los resultados esperados buscan contribuir al diseño de políticas educativas y programas de formación docente que promuevan la adopción del enfoque STEAM desde la primera infancia, fortaleciendo la integración de disciplinas como las matemáticas y las artes para preparar a los niños para los desafíos de una sociedad global y tecnológicamente avanzada.

Palabras clave: Interdisciplinariedad, Educación Matemática en Preescolar, Práctica Pedagógica.

Referencias

Alonso, P., Soto, N., & Sotelino, A. (2022). Working gender equality in Early Childhood Education from teacher training. University Pedagogy Notebook, 19(38), 94-108. https://doi.org/10.29197/cpu.v19i38.465

Alsina, A. (2020). Mathematical connections through STEAM activities in Early Childhood Education. UNIÓN, Iberoamerican Journal of Mathematics Education, 16(58), 168-190.

Asunción, S. (2019). Active methodologies: tools for teacher empowerment. Docentes 2.0 Journal, 19(1), 65-80.

Bailey-Moreno, J. (2021). Contributions of graduate studies in university teacher education. IE REDIECH Journal of Educational Research, 12, e1253. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1253

Barrios, D. M., & Herrera, J. D. (2016). Postgraduate training in research and the teaching profession. Voces y Silencios. Latin American Journal of Education, 7(1), 32-64. https://doi.org/10.18175/vys7.1.2016.03

Cardona, H. L., & Rodríguez, N. (2021). STEAM approach. A possibility for teacher training in Early Childhood Education. (Bachelor's thesis) National Pedagogical University, Bogotá D.C.

Castañeda, H. (2024). Discovering the Power of STEAM: An Innovative Look at Early Education in the Caribbean Region of Colombia. LOGINN Scientific and Technological Research, 8(1), 1-15.

Castro-Zubizarreta, A., García-Lastra, M., & Del Río, O. M. G. (2024). STEAM Approach and Early Childhood Education: A Systematic Literature Review. ESSAYS. Journal of the Faculty of Education of Albacete, 39(1), 16-34.

Clapp, E. P. (2019). Creativity as a participatory and distributed process: Involvement in classrooms v. 149). Madrid: Narcea editions.

Fernández, M., & Redondo, N. (2024). Pedagogical proposal for the development of STEAM and sustainability competencies in children in Early Childhood Education. European Public & Social Innovation Review, 9, 1-17. https://doi.org/10.31637/epsir-2024-1098

Founes-Méndez, N. F., Esteves-Fajardo, Z. I., & Tamariz-Nunjar, H. U. (2023). Teaching competencies in inclusive education. Koinonía Interdisciplinary Refereed Journal, 8(1), 71-86. https://doi.org/10.35381/r.k.v8i1.2608

García, O., Raposo, M., & Martínez, M. E. (2022). STEAM in Early Childhood Education: a content analysis of the official curriculum. Teachers, Journal of Curriculum and Teacher Training, 26(3), 505-524. https://doi.org/10.30827/profesorado.v26i3.21571

López, M. V., Córdoda, C. M., & Soto, J. F. (2020). STEM/STEAM education: Implementation models, didactic strategies and learning environments that enhance skills for the 21st century. Latin American Journal of Science Education, 7(1), 1-16.

Pereda-Loyola, R. A., & Duran-Llaro, K. L. (2023). Teaching digital competence as a challenge in virtual learning environments. Koinonía Interdisciplinary Refereed Journal, 8(supl.2), 467-484. https://doi.org/10.35381/r.k.v8i2.2887

Pineda, D. Y. (2023). STEAM approach: Challenges and opportunities for teachers. International Journal of Pedagogy and Educational Innovation, 3(1), 229-244. https://doi.org/10.51660/ripie.v3i1.115

Prada, R., Peñaloza, M.E., & Rodríguez, J. (2024). Development and validation of an instrument to assess STEAM competencies of the initial education teacher. In Desafíos de la Innovación Docente e Investigación en Educación, Artes y Humanidades (pp. 1-8). ASUNIVEP.

Diseño de un juego educativo basado en processing para Abordar la factorización de trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$

Roberto Ávila Guzmán, Agustín Alfredo Torres Rodríguez
av319124@uaeh.edu.mx, *agustin_torres@uaeh.edu.mx*
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Resumen

El álgebra es una de las ramas fundamentales de la matemática, y es un conocimiento previo indispensable para entender otras ideas de áreas como la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral. A pesar de la importancia del pensamiento algebraico en la formación de los futuros profesionales y científicos, así como de la cultura general de todo ciudadano, la prueba PISA en su edición 2022 indica un bajo desempeño, en el área matemática, de los estudiantes de bachillerato en México (OECD, 2023). Por lo anterior es importante realizar propuestas basadas en un conocimiento científico que permitan abordar dicha problemática.

En los últimos años, las herramientas digitales han adquirido un papel relevante en la educación en general y en la educación matemática en particular, debido a que ofrecen la posibilidad de representar de manera concreta objetos e interacciones de naturaleza abstracta. Esta característica es relevante al momento de apoyar el aprendizaje del álgebra, pues es un área que requiere un elevado grado de abstracción. Dentro de las herramientas tecnológicas, los juegos educativos son de particular interés para la didáctica, ya que presentan la ventaja de propiciar un ambiente en el que el estudiante participa de manera activa, al manipular y experimentar con objetos algebraicos, a partir de lo cual formula sus propias conjeturas respecto a las relaciones entre los objetos digitales y sus asociados conceptuales, además de permitirle poner a prueba tales conjeturas, teniendo como incentivo la competencia y las recompensas que ofrece el propio juego.

Este trabajo de investigación tiene como objetivo el desarrollo de un juego computacional educativo enfocado en la propiedad distributiva al realizar multiplicaciones con binomios y factorización de trinomios. El juego se centra en “pintar baldosas” utilizando ciertos colores, para a partir de las combinaciones de estos obtener cantidades específicas de baldosas de colores determinados.

El juego se encuentra en etapa de desarrollo, utilizando para ello el intérprete de Java, Processing, debido a su enfoque en la interacción gráfica 2D. Posteriormente se realizará un estudio de caso en un grupo de estudiantes de bachillerato del estado de Hidalgo, México, para observar los efectos que el uso de esta herramienta tenga en la conceptualización de los procesos algebraicos mencionados.

Palabras clave: álgebra, juego educativo, factorización

Bibliografía

OECD (2023), PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education, PISA, OECD. Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/53f23881-en

OECD (2023), PISA 2022 Results (Volume II): Learning During – and from – Disruption, PISA, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/a97db61c-en

Desarrollo de subhabilidades del Pensamiento Computacional en Matemática en Estudiantes de Secundaria

Juan Martínez Marín, Sonia Valbuena Duarte, Alejandro Rosas Mendoza,
jmartinezm2316@alumno.ipn.mx, soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co,
alerosas@ipn.mx,
Instituto Politécnico Nacional de México, México, Universidad del Atlántico, Colombia

Resumen

La integración del Pensamiento Computacional (CT) en la enseñanza de las matemáticas escolares se ha convertido en una tendencia global. Esto se debe a que el CT, entendido como una macrohabilidad compuesta por subhabilidades como la abstracción, descomposición, pensamiento algorítmico, reconocimiento de patrones, validación y depuración (Wing, 2006), derivadas de las ciencias de la computación, ha demostrado un gran potencial para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, fortalecer el pensamiento matemático y desarrollar las habilidades de formulación y resolución de problemas en los estudiantes (Saig y Hershkovitz,

2024; Valbuena et al., 2024). En respuesta a estos beneficios, los enfoques pedagógicos basados en el CT han sido cada vez más adoptados en los entornos escolares. Asimismo, diversos países han diseñado políticas educativas que incluyen el desarrollo del CT como un objetivo clave en los currículos de los diferentes niveles educativos.

En Colombia, la Federación Colombiana de la Industria del Software y la Tecnología (Fedesoft) destaca un marcado déficit en el desarrollo del pensamiento computacional (CT) a nivel escolar, señalando que el país sigue en un nivel muy bajo en estudiantes de primaria y secundaria (Fedesoft, 2023). Por otro lado, la prueba PISA 2022 reporta que el desempeño en matemáticas de los estudiantes colombianos está por debajo del promedio de la OCDE y que el puntaje global del país en esta área disminuyó en comparación con 2018 (PISA, 2022).

En este contexto, resulta fundamental comprender el desarrollo del pensamiento computacional (CT) para fomentarlo, aplicarlo de manera efectiva en el aula de matemáticas en Colombia y contribuir a la formación de productores de tecnología, cerrando la brecha y el déficit de creadores tecnológicos en el país (MinTIC, 2021). Por ello, el presente estudio tiene como objetivo analizar el desarrollo del CT en matemáticas con estudiantes de secundaria. Para lograrlo, se implementaron actividades tanto enchufadas como desenchufadas en el área de matemáticas, y se evaluaron la participación y el desempeño de los estudiantes durante dichas actividades. Asimismo, se examinó la presencia de las subhabilidades de CT propuestas por Wing (2006) en los productos generados. Los resultados preliminares revelaron que el CT tiende a manifestarse de manera casi secuencial y que puede emplearse como una metodología eficaz para la resolución de problemas matemáticos.

Palabras clave: Pensamiento Computacional, Subhabilidades del Pensamiento computacional, Matemática escolar.

Referencias

Fedesoft. (2023, marzo). *Bebras Colombia: Resultados 2022*. Federación Colombiana de la Industria de Software y Tecnologías Informáticas Relacionadas. https://drive.google.com/file/d/1OSiXTkgPRDRUahymZU7AdSrL9E9lzAZN/view

MinTIC (2021, febrero). *Colombia tiene déficit de programadores: abren convocatoria para formar gratis a miles*. Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. https://www.mintic.gov.co/portal/inicio/Sala-de-prensa/Noticias/161923:Colombia-tiene-deficit-de-programadores-abren-convocatoria-para-formar-gratis-a-miles

Valbuena, S., Elías L., & Berrio J. (2024). Pensamiento computacional en matemáticas con Code.org. Cedotic, 9(1), 95–113. https://doi.org/10.15648/cedotic.1.2024.3999

Wing, J. (2006), Computational thinking, *Communications of the ACM*, *49*(3), 33-35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

Saig, R., & Hershkovitz, A. (2024). Expanding Digital Literacies Beyond the Digital: Infusing Computational Thinking into Unplugged Pedagogical Tools - Two Case Studies from Mathematics Education. International Journal of Child-Computer Interaction, 42, 100703. https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2024.100703

Programme for International Student Assessment [PISA] (2022). *PISA 2022-Country Notes: Colombia.* Volume I, II. https://www.oecd.org/en/publications/pisa-2022-results-volume-i-and-ii-country-notes_ed6fbcc5-en/colombia_dd5f34d9-en.html

El video: evidencia de aprendizaje de séptimo grado en la solución de preguntas objetivas de matemática.

Ever De La Hoz Molinares[1], Juan Pacheco Fernández[2], Daniel Fernando Chincilla[3]
[1]everdelahoz@unicesar.edu.co,[2]juanpacheco@unicesar.edu.co,[3]dechinchilla@unicesar.edu.co

[1]*Departamento de Matemáticas y Estadística Institución Educativa Carlos Restrepo Araujo, Universidad Popular del Cesar, Valledupar y Bosconia, Colombia*
[2]*Departamento de Física, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia*
[3]*Estudiante de licenciatura en Matemáticas, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia*

Resumen

El debate sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en Colombia, cada día se plantea más álgido por los resultados que obtiene los estudiantes en las pruebas estandarizadas internas y externas (Saber y Pisa). Es una de las nueve áreas de enseñanza obligatoria, es por ello, que es considerada como una de las áreas fundamentales del currículo colombiano en la formación del estudiante, porque lo prepara para desenvolverse en el campo académico y laboral. Sin embargo, la forma como se realiza el proceso de enseñanza aprendizaje en el sistema escolar colombiano en la actualidad y sin integración de las Tecnología de la Información y Comunicación (TIC), ha conllevado a que los estudiantes presenten dificultades y desmotivación por esta, además del poco manejo de la aplicación de los saberes matemático en la modelización en situaciones del contexto matemático y establecer la relación de esta su contexto, mediante la Matemática Escolar (ME).

De acuerdo a lo anterior, la poca capacidad de establecer la relación de la ME con el contexto social, es la forma descontextualizada y de forma algorítmica como se realiza la enseñanza aprendizaje de esta, es decir, sin ninguna relación con la vida cotidiana y las prácticas sociales. Es por ello, que esta investigación se presenta una propuesta para la enseñanza y aprendizaje de la ME. Por todo lo anterior, con la finalidad de integrar las TIC y mejorar el proceso de estas, además de que los estudiantes lograren relacionarse y como plantear la solución a preguntas tipo Saber, se propone la actividad del usar del video como estrategia de apropiación del conocimiento matemático. También se buscaba establecer como relacionan estas con su de la práctica social y como aplicaban dichos conocimientos en la solución de dichas situaciones. Se

busca identificar y analizar como utilizaban los invariantes matemáticos en el proceso de proponer la posible solución. Este estudio se enmarca en la Socioepistemología (SE). Las nociones de practica social, invariante matemático y la situación contextualizada.

El hecho de integrar estas prácticas a la enseñanza de la matemática permite desarrollar habilidades y competencias en los estudiantes a partir de la solución de problemas de su contexto sociocultural, es decir, considerar la realidad de los estudiantes, aprendices, su aprendizaje, y debe construirse de acuerdo con la escena de poner en contexto los conocimientos de las Matemáticas Escolares (Cantoral, 2016).

En este sentido, el estudio se enmarca en el enfoque epistemológico Vivencialista/Experiencialista, el cual, fue abordo desde un método interpretativo que busca analizar la construcción de saberes matemático de los estudiantes de séptimo grado en el proceso de solución de las preguntas objetivas mediante el análisis de los videos presentados como evidencias de aprendizaje (Padrón, 2020).

En este sentido, (Arboleda, 2017) Colombia, señaló que, el uso del diseño de videos por parte de los estudiantes sobre contenidos matemáticos crean un ambiente de enseñanza y aprendizaje de la ME ameno, reflexivo, colaborativo y adecuado para el desarrollo de competencias y habilidades matemáticas de los estudiantes, siendo el clima del aula óptimo que facilita que estos establezcan la relación existente entre la esta y el contexto social ; así también, se aprovecha las imágenes, el audio y la información que se transmite en variados estilos de aprendizaje; no obstante, es necesario la aceptación, el compromiso, la capacitación, la práctica pedagógica, la planificación y el trabajo por competencias asociada a los docentes con la finalidad de cumplir su rol de orientador sobre el papel de las TIC en la construcción social del saber matemático.

Es importante destacar, que los resultados obtenidos reflejan la mejoría del desempeño académico de los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Carlos Restrepo Araujo de Bosconia, Cesar de la jornada de mañana. En este sentido, se reflejada en una mejor comprensión de los contenidos conceptuales y el uso de las ME en diferentes contextos sociales. Además, también se puede una gran mejora en la motivación por la asignatura y la aptitud y actitud, lo cual, ha influido en los niveles de satisfacción debido a que lograron establecer una relación de estas con su vida cotidiana y que se pueden utilizar las TIC para comunicar la modelización propuesta para las respuestas a las preguntas tipos saber. También, se logró una mejora de alto nivel en las relaciones interpersonales, debido al intercambio de ideas de los grupos y al trabajo colaborativo, esto llevó a que los participantes mostraran alto grado de motivación y satisfacción hacia la ME, esto es debido, a identificaron la importancia de los saberes en la modelización de situaciones problemas tipo saber y del contexto social apoyados en el diseño de video para comunicar su estrategia de solución.

Es necesario destacar, que los estudiantes hacen uso de los saberes matemáticos adquiridos en el aula, pero siempre desde la perspectiva de recurrir al algoritmo como estrategia de solución inmediata y no como lo establecido por el ministerio de educación en la normatividad para el currículo de matemática tales como: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (LCM), los estándares Básicos de Competencia (EBC), los derechos básicos de aprendizaje (DBA) y las Competencias Básicas en Matemáticas. En las cuales, se plantea que esta debe hacer uso y establecer relación de la ME con el contexto social, y así, a partir de este desarrollar las competencias y habilidades matemáticas para que el estudiante resuelva situaciones de su contexto. En este trabajo se estableció los grupos de grados de séptimo y noveno.

Referencias

Arboleda-Montoya, J.G. (2017). *Videotutoriales como recursos de enseñanza en los procesos de aprendizaje de enrutadores.* (Tesis de maestría). Tecnológico de Monterrey. Medellín, Colombia. https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/3206/2017_Tesis_Javier_Gonzalo_Arboleda_Montoya.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Cantoral, R. (2016). Educación alternativa: matemáticas y práctica social. Perfiles Educativos, XXXVIII (número especial), 7–18.

Padrón, J. (2020). Teoría y Tecnología de la Investigación. En Paredes, I., Casanova, I. y Naranjo, M. (Ed,), Formación de Investigadores en el contexto universitario (38-107). Editorial UTN

Contribuciones al desarrollo del razonamiento matemático con pensamiento computacional en los estudiantes de educación básica y media del Colegio Darío Echandía

Andrés Mauricio Naizaque Moreno
anaizaque17@uan.edu.co
Universidad Antonio Nariño

Resumen

"El pensamiento computacional será una característica determinante del futuro, y es algo increíblemente importante que enseñar a los niños de hoy" (Wolfram, 2016). En el mismo sentido se afirma que el pensamiento computacional es un término colectivo para las estrategias de resolución de problemas vagamente relacionados que implican principalmente la creación de algoritmos (Curzon & McOwan, 2018). Los seres humanos han estado ideando algoritmos durante miles de años, mucho antes de que existieran computadoras. Entonces el pensamiento computacional es un arte antiguo.

En paralelo, argumentar en matemáticas se puede describir como una trayectoria de razonamientos que intenta mostrar o explicar por qué un resultado matemático es verdadero (Sriraman & Umland, 2020). Es decir, un argumento matemático puede ser una prueba formal o informal, una explicación de cómo un estudiante o maestro llegó a hacer una conjetura particular. Adicionalmente, se consideran que la prueba y la demostración mejoran la comprensión cuando son usadas en el aula, además la prueba mantiene la conexión entre las matemáticas escolares y las matemáticas como disciplina (Hanna & De Villiers, 2021). En contraste, algunos investigadores plantean el argumento y la prueba como una dicotomía mientras que otros investigadores (Balacheff, 2010; Lucast, 2003; Schoenfeld, 1992) la relacionan como partes de un continuo al hacer énfasis en la resolución de problemas. En el proceso de investigación se considera tomar esta última postura al respecto.

Wing (2006) destaca que el pensamiento computacional combina matemáticas e ingeniería al modelar problemas para hacerlos manejables. Este enfoque resulta particularmente relevante en el Colegio Darío Echandía, donde las clases de matemáticas han sido predominantemente tradicionales, con un uso limitado de las TIC. Por ello, se propone integrar el pensamiento computacional mediante el enfoque STEM para fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes.

El problema de investigación plantea: ¿Cómo caracterizar el pensamiento computacional en relación con la argumentación y la demostración en los estudiantes de Educación Básica y Media del Colegio Darío Echandía IED? El objetivo de la investigación es diseñar una metodología, para el aprendizaje de los estudiantes de Educación Básica y Media del Colegio Darío Echandía IED, basada en la integración del razonamiento matemático con el pensamiento computacional. Los objetivos específicos son desarrollar habilidades del pensamiento computacional en la resolución de problemas matemáticos y diseñar un sistema de actividades que contribuyan al desarrollo del razonamiento matemático con pensamiento computacional.

La investigación, de enfoque cualitativo con diseño de investigación-acción, se llevará a cabo en el Colegio Darío Echandía IED, en Bogotá, con estudiantes de noveno a undécimo grado, pertenecientes mayoritariamente al estrato dos. Los métodos incluyen encuestas a docentes y entrevistas con expertos y estudiantes. El proceso abarcará desde la preparación y planificación hasta el análisis de datos y la difusión de resultados.

Palabras clave: razonamiento matemático, pensamiento computacional, habilidades, STEM

Referencias

Balacheff, N. (2010). Bridging knowing and proving in mathematics: a didactical perspective. En G. Hanna, J. N. Jahnke, & H. Pulte, Explanation and Proof in Mathematics (págs. 115-135). Springer.

Curzon, P., & McOwan, P. W. (2018). Computational Thinking. Berlin, Germany: Springer.

Hanna, G., & De Villiers, M. (2021). Correction to: Proof and Proving in Mathematics Education. En G. Hanna, & M. De Villiers, Proof and Proving in Mathematics Education. New ICMI Study Series (Vol. 15, págs. 441-452). Springer.

Lucast, E. K. (2003). Proof as method: A new case for proof in mathematics curricula.

Schoenfeld, A. H. (1992). 1Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. En D. Grouws, Handbook for Research in Mathematics Teaching and Learning (págs. 334-370). McMillan.

Sriraman, B., & Umland, K. (2020). Argumentation in Mathematics Education. In S. Lerman, Encyclopedia of Mathematics Education (pp. 63-66). Suiza: Springer.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. Communications of their ACM, 46(3), 33 35.

Wolfram, S. (2016). How to Teach Computational Thinking. Retrieved from Stphen Wolfram Writings: https://writings.stephenwolfram.com/2016/09/how-to-teach-computational thinking/

Tejiendo Saberes: Integración de la Etnomatemática en la Licenciatura en Matemáticas de la UPTC

Yesica Alexandra Ávila Palacios, Fabian Barrera Castro, Yudy Alexandra Molina Hurtado
yesica.avila@uptc.edu.co, fabian.castro02@uptc.edu.co, yudy.molina@uptc.edu.co
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Resumen

El estudio de la etnomatemática ayuda a entender cómo las matemáticas son percibidas y empleadas en la vida cotidiana, por ello, esta investigación examina el entramado académico que se adelanta en el programa de Licenciatura en Matemáticas, con el propósito de identificar la formación en etnomatemática ofrecida a los estudiantes, analizando sus fundamentos pedagógicos, las metodologías aplicadas y su impacto en el desarrollo académico, cultural y social.

La carencia de integración de prácticas culturales en la educación matemática convencional plantea un problema significativo en la formación de estudiantes. La etnomatemática, al no ser parte central del currículo, queda relegada a un segundo plano, impidiendo que los futuros educadores desarrollen una comprensión completa y contextualizada de las matemáticas. Esta desconexión entre matemática y cultura no solo limita la visión de los

estudiantes sobre la diversidad de enfoques matemáticos, sino que también perpetúa una educación menos inclusiva (Bishop, 1988).

La investigación se adelanta bajo los lineamientos del enfoque mixto, debido a que permite evaluar el alcance del estudio y las herramientas adecuadas para recolectar y analizar la información desde una perspectiva holística y desde la esencia del objeto de estudio. Además, permite analizar cada variable de estudio y su relación con la etnomatemática y, específicamente, con la formación docente.

Se espera identificar áreas de mejora en el programa de formación profesional mencionado y fortalecer la conexión entre las matemáticas y las diversas manifestaciones culturales presentes en el departamento de Boyacá y otras regiones del país. Este enriquecimiento no solo ampliará el horizonte conceptual de los estudiantes, sino que también fomentará una apreciación más profunda de la diversidad cultural, pues una universidad que tenga en cuenta la etnomatemática en "la definición del perfil profesional de sus egresados da entrever un profesional incluyente y respetuoso de las formas de pensar de sus estudiantes" (Aroca y Blanco, 2015, p.10).

Al abordar la carencia de cercanía con las prácticas culturales presente en la educación matemática convencional, la etnomatemática se convierte en una contribución para fortalecer una teoría educativa más inclusiva y contextualizada (D´ambrosio, 2013). El encuentro entre la matemática y la cultura no solo representa un área en expansión, sino que también constituye un componente crucial para la comprensión completa de las disciplinas académicas. La etnomatemática no se limita al estudio de las prácticas matemáticas en comunidades indígenas. Según Blanco H et .al (2014), esta disciplina estudia las prácticas propias de la cultura, motivadas por la necesidad de resolver problemas, y puede investigar prácticas matemáticas en diversas comunidades (p.249). Al enfrentar esta situación de poco estudio, la investigación colaborará en el desarrollo de un marco teórico más completo y relevante en el ámbito de la educación matemática.

Palabras clave: Etnomatemática, formación de docentes, currículo, cultura.

Referencias

Aroca A, & Blanco H. (2015). Planes de estudio de Licenciaturas en Matemáticas y LEBEM y etnomatemáticas en Colombia, XIV CIAEM-IACME (Chiapas, México), 1–12.

Bishop, A. J. (1988). Enculturación Matemática, La Educación Matemática Desde Una Perspectiva Cultural. Paidós.

Blanco H, Higuita C, & Olivera M. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 245–269.

D´ambrosio, U. (2013). Etnomatemátematicas Entre Las Tradiciones Y La Modernidad. México: Ediciones Autentica, Belo horizonte, universidad Autónoma de guerrero, Ediciones Díaz Santos.

Influencias etnomatemáticas en el aula en la formación del profesorado. Una revisión bibliográfica

Roxana Auccahuallpa Fernandez
roxana.auccahuallpa@unae.edu.ec
Universidad Nacional de Educación

Resumen

Las influencias etnomatemáticas en la sala de clases en la formación del profesorado de la Universidad Nacional de Educación – UNAE está relacionado con la asociación de los contenidos matemáticos del currículo *Kichwa* de la Educación Intercultural Bilingüe - EIB como abordaje pedagógico que son utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el área educativa. El propósito de esta revisión bibliográfica es discutir las influencias culturales etnomatemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de los futuros profesores de la carrera de Educación Intercultural Bilingüe que es desencadenado en la sala de clases por medio del desarrollo de la tesis para la obtención de la licenciatura de estos.

La adquisición del conocimiento matemático en la formación del profesorado de la UNAE es influenciada de acuerdo con las consideraciones socio-culturales de los individuos que participan de la comunidad escolar. Se han analizado y revisado los 17 trabajos de titulación de la carrera EIB de la UNAE (2019-2024), estos responden a la investigación cualitativa utilizando el enfoque de la etnomatemática y sus influencias en el aula a partir de las formas de contar, medir, jugar, diseñar y explicar y de sus propias prácticas socio-culturales de los pueblos y nacionalidades, como el *Kichwa.* Consecuentemente, la formación del profesorado de la carrera EIB integra el diálogo de saberes y la etnomatemática como elemento fundamental en la formación a partir de las asignaturas, practicas preprofesionales, entre otros.

Palabras claves. Influencias etnomatemáticas, futuros docentes, formación docente, matemáticas, etnomatemáticas, Educación Intercultural Bilingüe

Referencias

Aguilar, J. (2018). El valor cosmocéntrico, estético y del conocimiento en la lengua Quichua del Ecuador, *Zetetiké*,*26*(1), 8-20.

Auccahuallpa, R. (2021). Situación de la etnomatemática en Ecuador. *Journal of Mathematics and Culture, 15*(2), 8-27.

Auccahuallpa, R. (2023). Las prácticas etnomatemáticas en territorio de la nacionalidad Shuar en Ecuador. *Journal of Mathematics and Culture, 17*(6), 146-167

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. España: Paidós.

Bonilla, Ma. C., Rosa, M., Auccahuallpa, R., Reyes, M. E., & Martínez, O. J. (2018). Un estudio de la educación matemática, intercultural y bilingüe: una perspectiva etnomatemática. *Journal of Mathematics and Culture*, *12*(1), 1-27.

Rosa, M., y Orey, D. C. (2017). *Influencias etnomatemáticas em salas de aula. Caminando para la acão pedagógica*. Appris Editora.